

Nociones de Lógica Matemática

Primeros Pasos



Danilo Antonio Leiva Chacón

Nociones de Lógica Matemática

Primeros Pasos



Danilo Antonio Leiva Chacón

Primera Edición 2006
Primera Reimpresión 2007
Segunda Reimpresión 2007

511.3

L533n Leiva Chacón, Danilo Antonio

Nociones de lógica matemática : primeros pasos / Danilo Antonio

slv Leiva Chacón. -- 1a. ed. -- San Salvador, El Salv. : UFG Editores,
2007.

163 p. ; 20 cm.

ISBN 99923-47-07-4

I. Lógica matemática. I. Título.

BINA/jmh

Mario Antonio Ruiz R.

Rector de la Universidad Francisco Gavidia

Óscar Martínez Peñate

Director UFG-Editores

Publicado y distribuido por la Editorial Universidad Francisco Gavidia

Derechos reservados

© Copy right

Según la Ley de la Propiedad intelectual



**EDITORIAL UNIVERSIDAD FRANCISCO GAVIDIA
(UFG-Editores)**

Alameda Roosevelt N° 3031, San Salvador,
El Salvador, Centroamérica.

Tel.: 2209-2854

Fax: 2224-2551

E-mail: realidad@ufg.edu.sv

Website: www.ufg.edu.sv

Con todo mi amor a
Pedro Miguel
y toda su familia

Tabla de Materias

1	La lógica como ciencia	13
	• Introducción.....	13
	• Ejercicio 1.....	16
2	Lógica natural.....	17
	• Ejercicio 2.....	20
3	Definición de lógica	25
	• Ejercicio 3.....	26
4	Historia de la lógica	27
	• Lógica matemática	27
	• Las matemáticas y la lógica	27
	• Platón	28
	• Aristóteles.....	28
	• Euclides.....	29
	• La ciencia matemática.....	30
	• René Descartes.....	30
	• Isaac Newton.....	31
	• Gottfried W. Leibniz	31
	• Formalización de las matemáticas	31
	• Guiseppe Peano.....	32
	• David Hilbert.....	32
	• Friedrich G. Frege.....	33
	• George Boole	33
	• Augustus De Morgan.....	34
	• Georg F. Cantor	34
	• Gentzen.....	34
	• Bertrand Rusell	35
	• Kurt Gödel	35
	• La revolución digital.....	36
	• Alan Turing.....	36

• Norbert Weiner	37
• Alfred Tarski.....	37
• La siguiente revolución lógica	37
• Conclusión.....	38
• Ejercicio 4.....	38
5 Factores del pensamiento	39
• Ejercicio 5.....	42
6 La lógica y otras ciencias	43
• Ejercicio 6.....	43
7 El concepto.....	45
• Caracterización	45
• Ejercicio 7.....	46
8 Formación de conceptos	47
• Ejercicio 8.....	47
9 Clasificación de conceptos.....	49
• Ejercicio 9.....	51
10 El juicio	53
• Caracterización	53
• Clasificación general	55
• Ejercicio 10.....	57
11 Diagramas de Venn	59
• John Venn.....	60
• Ejercicio 11.....	62
12 El razonamiento.....	63
• Naturaleza y caracterización.....	63
• Clases de razonamientos.....	64
• Reglas para construir silogismos	67
• Ejercicio 12.....	68

1. La lógica como ciencia

Introducción

Antes de ingresar a la universidad, durante sus estudios en educación básica o media, ¿cuántas veces se ha preguntado el significado de la palabra lógica?, ¿qué es lógica?, ¿para qué sirve?, entre otras.

Si se hace memoria, en más de alguna ocasión, viendo una película o platicando con amigos y amigas cuando estábamos de acuerdo con algo decíamos que eso era lógico y si creíamos que era algo descabellado o absurdo decíamos que era algo *ilógico*. En más de una ocasión se ha usado la palabra lógica cuando nos comunicamos o conversamos con otras personas y, surge la interrogante, ¿le dimos el significado adecuado?, ¿la usamos bien?

Para iniciar, se dirá que hay que distinguir, al menos, un par de acepciones de la palabra *lógica*, para evitar cualquier equivocación que tenga consecuencias de incomprensión de la lógica matemática y que se reconozca las múltiples ventajas que se adquieren al estudiarlas, al practicarlas y aplicarlas.

Más adelante, en este texto, se darán más definiciones de lógica y de lógica matemática, pero para ir entrando en materia se entiende como lógica toda persona, situación, comportamiento, actitud, entre otras, que presente un orden, coherencia, consistencia, congruencia y que sea sistémico.

Lo ilógico sería aquello que carece de estas características. Esta es la acepción que manejamos de manera no científica.

Ejemplos:

1. Cuando el cielo está bien nublado, es lógico que se suponga que lloverá, y ha de parecer ilógico que llueva cuando el día está soleado y sin nube alguna.

2. Cuando llamamos por teléfono a una persona y no nos contestan, nos parece lógico creer que nadie se encuentra en ese momento.
3. Resulta ilógico que el dueño de una empresa se moleste con sus trabajadores porque están trabajando con desgano ya que no se les ha pagado en el tiempo estipulado el salario ya devengado.
4. Resulta lógico que los trabajadores de una empresa estén motivados en la empresa porque están al día con un salario justo y las prestaciones que reciben.
5. Es lógico que si preparo a base de estudio, consultas, ejercicios e indagaciones una evaluación, el resultado va a ser satisfactorio.

Otro significado es que lógica es la ciencia que estudia las formas del pensamiento, conceptos, proposiciones, definiciones, razonamientos, desde el punto de vista de su estructura formal, que se abstraen del contenido concreto de las ideas e identifican el modo de interrelación de las partes de este contenido.

Sabemos que cualquier persona, aunque no hubiese estudiado lógica como ciencia, es capaz de identificar aquello que posee orden, sentido, y significado. Por eso no se menosprecia la experiencia o el sentido común; simplemente se intenta elevar ese conocimiento de sentido común a un nivel más complejo. Y es que, como se verá en clases a través de los ejemplos que se propongan, no todo en la vida es susceptible de comprenderse por la vía de la experiencia, el sentido común o el uso de los sentidos.

Durante este curso, el y la estudiante verificará si se usó o no adecuadamente. Además, se aprenderá los principios de la lógica, ejercitará y aplicará a las situaciones específicas y particulares en las que se desenvuelve.

Nos han enseñado en el centro escolar, colegio o instituto y en la vida ordinaria que los refranes son dichos agudos y sentenciosos, y que encierran una verdad que se extrae de la experiencia humana.

arco iris cuando llueve y hay sol, pero no sabe explicarse por qué aparece incluso cuando riega su jardín con la manguera o puede ser capaz de arreglar provisionalmente una falla de su automóvil, aunque no sea mecánico. Esa capacidad que deriva en habilidades, destrezas y hábitos que implica la lógica natural, se le complementa con lo que se conoce como lógica ciencia.

La lógica ciencia o lógica científica es la teoría y el conjunto de técnicas y procedimientos cuyo conocimiento y aplicación posibilita el perfeccionamiento de la lógica natural.

Vemos que la lógica perfecciona el discurso humano. Más hay diferentes tipos de discurso. No siempre razonamos sobre asuntos ciertos y necesarios, a veces discutimos sobre cosas probables, o verosímiles. Pero algunos filósofos quisieron hacer de la lógica un instrumento de certeza universal, un método único. ¿Existe una sola lógica o muchas?

Ante todo, la lógica considera el orden del razonar humano, luego es una. Entre ser racional y no serlo no hay término medio. Por eso, no existe una mentalidad prelógica, como pretendió Lucien Lévy-Bruhl (1857-1939), confundiendo la actividad fantástica y el raciocinio. La actividad racional, natural para el hombre, posee leyes y reglas que no es posible incumplir; la mente sigue esas normas, sin conciencia de ellas.

El sociologismo es una forma de reducir lo superior a lo inferior. Según Lévy-Bruhl, la mentalidad primitiva, sobrenatural y prelógica, no usa conceptos ni relaciones lógicas sino representaciones colectivas y sentimentales, por las que el individuo se identifica con el grupo. Sus estudios se basaron en informes llegados a Europa sobre magia y prácticas supersticiosas en sociedades primitivas. Ahora, la superstición es una anomalía, pero no sólo en sociedades primitivas sino también en las avanzadas. En cuanto al mito, no es indicio de irracionalidad. Se ha dicho que fue la “ciencia” del hombre antiguo, ya que refería la realidad a causas, valiéndose de narraciones y conceptos abstractos;

al cabo, exponía un “por qué” de las cosas y en eso obedecía a la lógica espontánea.

Cuadro solución del ejercicio de la página 17

15	15	15	15	15
15	8	1	6	15
15	3	5	7	15
15	4	9	2	15
15	15	15	15	15

La suma es 15 en cualquier dirección, fila, columna o diagonal.

EJERCICIO 2

1. Los dígitos del 0 al 8 han sido clasificados con las letras A, B y C. ¿Cómo usted clasificaría al dígito 9, en A, B ó C?, ¿por qué?

A	1	4	7	
B	2	5		
C	0	3	6	8

2. Complete el siguiente cuadro:

3	4	5	6	7	8	9	10
		52	63	94	46		

3. Definición de lógica

A continuación se presentan una serie de definiciones de Lógica. Se puede notar que todas ellas tienen en común el hecho que se trata de una actividad eminentemente mental que incide en la realidad que rodea a las personas en su mundo social, económico, político, etc.

- La lógica es la ciencia de la demostración, pues sólo se preocupa de formular reglas para alcanzar verdades a través de la demostración (Aristóteles).
- Lógica es la ciencia de las leyes y de las formas del pensamiento, que nos da normas para la investigación científica y nos suministra un criterio de verdad (Gregorio Fingerman).
- La lógica o arte de razonar es la parte de la ciencia que enseña el método para alcanzar la verdad (San Agustín).
- La lógica es la ciencia de las leyes necesarias del entendimiento y de la razón (Kant).
- La lógica es la ciencia de la idea pura de la idea en el elemento abstracto del pensamiento (Hegel).
- La lógica es la ciencia de las aspiraciones intelectuales que sirven para la estimación de la prueba (J.S. Mill).
- Lógica es la disciplina filosófica que tiene un carácter formal, ya que estudia la estructura o formas de pensamiento, tales como conceptos, proposiciones, juicios, razonamientos; con el objeto de establecer razonamientos o argumentos válidos o correctamente lógicos. Además, a la lógica le interesa descubrir leyes y los principios que permiten conducirnos con rigor, precisión y verdad hacia el conocimiento (Escobar Valenzuela).

EJERCICIO 3

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Discuta estas definiciones en clase.2. ¿Qué tienen en común?3. ¿En qué difieren?4. ¿Con cuál se queda? |
|--|

En esta sección se presenta una breve descripción histórica de la lógica y de los personajes que han tenido mayor influencia en su desarrollo a través de los años.

La evolución de la lógica está intrínsecamente ligada a la evolución intelectual del ser humano, ya que como ciencia del razonamiento, se puede afirmar que su historia representa la historia misma del hombre. La lógica surge desde el primer momento en que el hombre, al enfrentar a la naturaleza, observa, experimenta, infiere, deduce y razona, con el ánimo de entenderla y aprovecharla para su supervivencia. Se observará que la lógica experimenta momentos de rigurosidad, formalidad, creatividad y desarrollo del pensamiento humano.

Lógica Matemática

El objetivo de la lógica matemática es cuestionar con el mayor rigor los conceptos y las reglas de deducción utilizados en matemáticas, constituyendo la lógica por ello una verdadera metamatemática. Una teoría matemática considera objetos definidos, los conceptualiza (enteros, por ejemplo) y define leyes de interacción entre ellos, que los relacionan entre sí, los axiomas de la teoría. De los conceptos, definiciones y axiomas se deducen nuevas proposiciones, llamadas teoremas, y a veces, nuevos objetos. La construcción de sistemas formales, formalización, es piedra angular de la lógica matemática, la cual permite eliminar la arbitrariedad en la elección de los axiomas y definir explícita y exhaustivamente las reglas de la deducción matemática.

Las matemáticas y la lógica

Durante el periodo de 600 AC hasta 300 AC, en Grecia se desarrollaron los principios formales de las matemáticas. A este periodo se le conoce como periodo clásico, donde sus principales

representantes son Platón, Aristóteles y Euclides. Platón introduce sus ideas o abstracciones; Aristóteles presenta el razonamiento deductivo y sistematizado y Euclides es el personaje que mayor influencia tuvo en los matemáticos, al establecer el método axiomático. En "Elementos", Euclides organiza pruebas deductivas dentro de una presentación sistemática, rigurosa y bien organizada de conocimiento matemático.

Platón



Platón (427-347 AC) intenta instaurar en Siracusa una utópica república dirigida por filósofos, y crea la Academia en Atenas, que no era solo una institución filosófica, sino servía de formación política a los jóvenes de la aristocracia.

Según muchos críticos, Platón edifica su teoría del conocimiento para justificar el poder preeminente del filósofo y parte de los pensamientos socráticos: la búsqueda de conceptos y definiciones estables

de las ideas abstractas como la justicia, bondad, valor, etc. Sostuvo la existencia de dos mundos distintos, el de las ideas y el de las cosas. Según Platón, lo concreto se entiende sólo en función de lo abstracto, resultando que el mundo sensible debe su existencia al mundo de las ideas. Platón escogió el diálogo como su forma literaria para verter su pensamiento; como personaje central de sus "Diálogos" sitúa a Sócrates, de quien recibió una notable influencia.

Aristóteles

Los tratados de lógica de **Aristóteles** (384-332 a.C.), conocidos como Organón, contienen el primer tratamiento sistemático de las leyes de pensamiento en relación con la adquisición de conocimiento. Estos representan el primer intento de establecer a la lógica como ciencia.



Aristóteles da una clasificación de todos los conceptos o nociones –sustancias, cantidad, relación, acción, pasión, diferencia, propiedad y accidente– y trata las reglas del razonamiento silogístico. Aristóteles no hace de la lógica una disciplina metafísica, pero sí establece una correspondencia entre el pensamiento lógico y la estructura ontológica. El silogismo fue adoptado por los escolásticos, quienes eran representantes del sistema teológico-filosófico, característico de la Edad Media, que a su vez la enriquecieron con numerosos y detallados estudios y se esforzaron en formalizarlo. La escolástica, sin embargo, acabó por sobrecargar la teoría del silogismo, lo que acarrió su descrédito a partir del Renacimiento. Los lógicos de la edad moderna, Ramée, Arnauld, Nicole, Leibniz, Euler, Lambert, procuraron simplificarla al máximo, y su tratamiento matemático se completó hasta principios del siglo XX con Boole, De Morgan, Frege y Russell, principalmente. Desde entonces el silogismo se incluye en la lógica de predicados de primer orden y en la lógica de clases, y ocupa en la ciencia lógica un papel mucho menor que el desempeñado en otros tiempos.

Euclides



Euclides, matemático alejandrino que publicó numerosas obras entre las que destacan los célebres “Elementos”, sin duda el texto matemático más conocido a lo largo de la historia. Los “Elementos” están divididos en trece libros y constituyen una recopilación de gran parte de las matemáticas conocidas en tiempos de Euclides; su gran valor reside en el uso riguroso del método deductivo, distinguiendo entre principios –conceptos, definiciones, axiomas, y postulados– y teoremas, que se demuestran a partir de los principios. Los principios de naturaleza puramente geométrica en “Elementos” se conocen como postulados; tres de ellos aseguran la existencia y unicidad de la recta determinada por dos puntos; el cuarto, la existencia de una circunferencia de centro y

radio dados; y el quinto da condiciones que aseguran que dos rectas se cortan en un punto. A lo largo de la historia se ha mantenido la sospecha de que el quinto postulado era demostrable a partir de los anteriores. El deseo de encontrar tal demostración condujo, en el siglo XIX, a la construcción de geometrías no euclidianas de las que se deduce la imposibilidad de demostrar el quinto postulado.

La ciencia matemática

Después de declinar la escuela clásica de los griegos, se presenta un periodo en el cual la autoridad religiosa embrutece a la creatividad intelectual. El renacimiento inicia una nueva era en la cual se permite la revitalización de la ciencia y las matemáticas. Los representantes más destacados de esta etapa son Descartes, Newton y Leibniz. Este periodo abarca de los 1500 a los 1800.

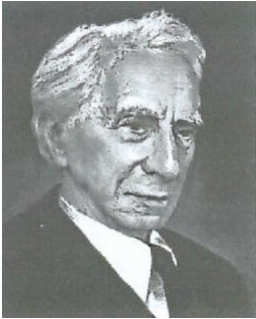
René Descartes

El punto de partida de **Descartes**, filósofo y matemático francés (1596-1650), es la duda universal, que consiste en prescindir de cualquier conocimiento previo que no queda confirmado por la evidencia con que ha de manifestarse el espíritu. Descartes dudó de toda enseñanza recibida, de todo conocimiento adquirido, del testimonio de los sentidos e incluso de las verdades de orden racional. Llegado a este punto, halla una verdad de la que no puede dudar: la evidencia interior que se manifiesta



en su propio sujeto, *pienso, luego existo*. Como científico, se debe a Descartes, entre otras aportaciones de considerable importancia, la creación de la geometría analítica. Este desarrollo es importante para la ciencia porque hace a la geometría cuantitativa y permite el uso de métodos algebraicos. La geometría debe ser cuantitativa para ser usada en la ciencia e ingeniería, y los métodos algebraicos permiten el desarrollo más rápido que los métodos sistemáticos

Bertrand Rusell

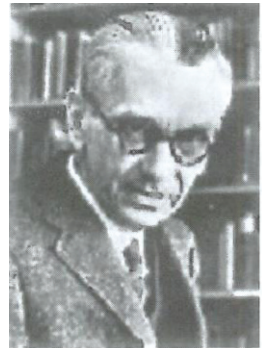


Bertrand Rusell (1872-1970) es uno de los creadores de la logística y uno de los pensadores de mayor influencia en la filosofía científica contemporánea. Lo fundamental de su obra está en sus aportes a la lógica. Decididamente antiaristotélico, llegó a afirmar que quien quería iniciarse en la lógica debía comenzar por no estudiar la lógica de Aristóteles. Por influencia de los trabajos de Cantor descubrió en la teoría de conjuntos varias paradojas que resolvió

mediante la teoría de los tipos; años más tarde establecería una teoría similar, la de la jerarquía de los lenguajes, para eliminar las paradojas semánticas. Siguiendo los trabajos de Cantor, Peano y Frege, Rusell se propuso fundamentar y axiomatizar la matemática a partir de conceptos lógicos. Este empeño culminó con la publicación (1910-1913) de los monumentales “Principia Mathematica” en colaboración con Whitehead, obra que, además, sentaba las bases de la moderna lógica formal.

Kurt Gödel

Kurt Gödel (1906-1978) tuvo múltiples contribuciones a la lógica matemática, destacando la demostración de la consistencia de la hipótesis cantoriana del continuo y el teorema y la prueba de incompletez semántica. En “Sobre las proposiciones indecidibles de los sistemas de matemática formal” establece que es imposible construir un sistema de cálculo lógico suficientemente rico en el que todos sus teoremas y enunciados sean decidibles dentro del sistema. Con este teorema se demostró definitivamente que era imposible llevar a cabo el programa de la axiomatización completa de la matemática



propugnado por Hilbert y otros, ya que, según él, no puede existir una sistematización coherente de la misma, tal que todo enunciado matemático verdadero admita demostración. Siempre habrá enunciados que no son demostrables ni refutables. Para probar esta aserción se sirvió de la matematización de la sintaxis lógica.

La Revolución Digital

Esta revolución inició con la invención de la computadora digital y el acceso universal a redes de alta velocidad. Turing une a la lógica y la computación antes que cualquier computadora fuera inventada. Weiner funda la ciencia de la cibernética. En la escuela moderna de la computación están presentes lógicos que han permitido avances importantes: Hoare presenta un sistema axiomático de los sistemas de programación y Dijkstra un sistema de verificación y deducción de programas a partir de especificaciones.

Alan Turing



Alan Turing, matemático y lógico, quien fue pionero en la teoría de la computación y contribuyó en importantes análisis lógicos de los procesos computacionales. Las especificaciones para la computadora abstracta que él ideó, llamada la Máquina de Turing, resultó ser una de sus más importantes contribuciones a la teoría de la computación. Turing además probó que es posible construir una máquina universal que con una programación adecuada podrá hacer el trabajo de cualquier máquina diseñada para resolver problemas específicos. Alan Turing

inventó la máquina que lleva su nombre, Máquina de Turing, en un intento por determinar si toda la matemática podía ser reducida a algún tipo simple de computación. Su objetivo fue desarrollar la máquina más simple posible capaz de realizar computación. La máquina propuesta por Turing es un dispositivo relativamente simple, pero capaz de

realizar cualquier operación matemática. Turing abrigó la ilusión de que su máquina tenía una capacidad tal que, potencialmente, podría ser capaz de realizar cualquier cosa realizable por el cerebro humano, incluyendo la capacidad de poseer conciencia de sí mismo. Pese a ser considerados formalmente equivalentes, distintos modelos de computación presentan estructuras y comportamientos internos diferentes.

Norbert Wiener

El científico norteamericano **Norbert Wiener** (1894-1964) en 1947 publica su libro más famoso: "Cibernética, o control y comunicación en el animal y la máquina"; en donde se utiliza por primera vez la palabra Cibernética. Existen muchas definiciones de Cibernética, griego *kybernetes*, piloto, Norbert Wiener dio vida a la palabra mediante una definición muy simple: "Ciencia que estudia la traducción de los procesos biológicos a procesos de máquina". En un inicio, la Cibernética estaba muy ligada a ciencias como neurología, biología, robótica e inteligencia artificial.



Alfred Tarski



Alfred Tarski, matemático y lógico polaco nacido en 1902, quien realizó importantes estudios de álgebra en general, teoría de mediciones, lógica matemática, teoría de conjuntos, y metamatemáticas.

La siguiente revolución lógica

La siguiente revolución lógica será la asimilación práctica de las matemáticas y

la computación dentro de la lógica. Se hará énfasis en que las computadoras exploten la información inteligentemente, pasando de las bases de datos a las bases de conocimientos.

Conclusión

La lógica muestra un devenir histórico muy interesante, naciendo de la fuerte formalización de las matemáticas de los griegos, que fue impactada, como muchas ciencias, por el pensamiento de la Edad Media, donde la religión se anteponía a todo; pero, el ímpetu de la mente de los filósofos renacentistas ayudó a retomar su desarrollo. No cabe duda que la lógica tiene impacto fundamental, como ciencia de las ciencias, en el pensamiento contemporáneo, y que el nacimiento de la tecnología computacional deba mucho al desarrollo del formalismo lógico de principios de siglo.

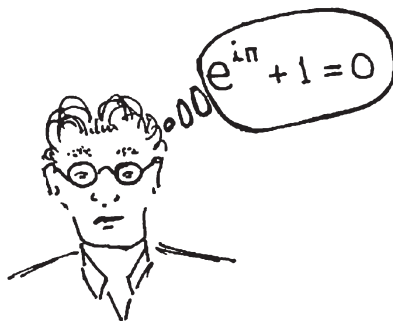
EJERCICIO 4
1. Haga un resumen de los aportes de cada uno de los personajes presentados en esta sección. 2. ¿Cuál le ha impactado más? Explique. 3. ¿Piensa que todavía tienen vigencia? Explique.

5. Factores del pensamiento

La lógica, como ciencia del pensamiento, sólo trabaja con el aspecto formal de éste. Ello significa que la lógica no estudia todo el pensamiento. En realidad la totalidad del pensamiento es muy compleja y abarca muchos y diferentes aspectos o factores.

Se focalizará en algunos aspectos del pensamiento a los que se llamarán **factores del pensamiento** y son aquellos factores que llegan o concurren en el fenómeno mismo del pensamiento. Veamos cuáles son estos:

1. La persona o sujeto pensante: productora y generadora de pensamiento, resultado de pensar y por ende objetivo. El sujeto pensante es el encargado de producir o generar el pensamiento. No podríamos pensar en algo si no existiera una persona o un sujeto en donde se dan los pensamientos.



2. La actividad mental: proceso psicológico que acompaña al pensamiento. Sensaciones, percepciones, imágenes, sentimientos, recuerdos, entre otras. Este proceso de pensar es subjetivo, se da en un lapso de tiempo y en un espacio específico por lo que está limitado a cada mente de cada sujeto. Por ejemplo, una persona puede pensar que la siguiente figura:

13

es la letra “B” o puede decir que es el número “13”, dependiendo del marco de referencia del sujeto. La actividad psíquica se refiere a todo el proceso psicológico que acompaña a la actividad de pensar. En efecto, cuando pensamos en algo, a menudo surgen percepciones, imágenes, sentimientos, vivencias, sensaciones, etcétera.

3. El objeto o contenido: para que haya pensamiento es necesario que exista un objeto o un contenido al cual referirse.



Mientras que el pensar es subjetivo, temporal y espacial porque ocurre en los límites de cada mente individual, y por lo tanto con peculiares vivencias, el pensamiento es objetivo, trasciende el ámbito subjetivo y es intemporal.

4. El lenguaje: el pensamiento se da en la mente, sin embargo no se queda en ella, debe ser expresado, transmitido, difundido y para ello es necesario el uso del lenguaje ya sea oral, escrito o corporal.



Este factor, llamado también factor lingüístico tampoco es estudiado por la lógica, ya que compete a ciencias como la gramática, la semántica y otras ciencias afines que tengan como tema de estudio las formas lingüísticas.

5. La forma o estructura del pensamiento: es independiente al objeto o contenido que provoca el pensamiento. Este es el objeto de estudio de la lógica matemática.

Para que haya pensamiento es necesaria una persona que a través de una actividad mental y haciendo referencia a un objeto o contenido lo comunique a otros sujetos. Para hacerlo bien es necesario aprender la estructura que el pensamiento tiene y de eso trata este curso de nociones de lógica matemática.

Obsérvese que lo que la lógica estudia es la estructura del pensamiento y no a la persona en sí, como tampoco estudia el comportamiento humano ni el material de trabajo ni el lenguaje utilizado. Cada uno de estos factores es estudiado por otras ciencias como la antropología, historia, anatomía, las cuales tratan al ser humano; la psicología, la actividad mental y psíquica; los contenidos, por las ciencias naturales, geografía, astronomía, entre otras; y el lenguaje, por la lingüística, gramática, semántica, etc.

Resumamos, los diversos factores del pensamiento en el siguiente cuadro:

FACTORES DEL PENSAMIENTO		
SUJETO	FACTOR	CIENCIA QUE LO ESTUDIA
1. Persona o sujeto pensante	Antropológico	Antropología
2. Actividad psíquica	Psicológico	Psicología y ciencias del hombre
3. Objeto o contenido	Material u ontológico	Física, Química, Biología, Historia, Geografía, entre otras.
4. Lenguaje	Gramatical o lingüístico	Gramática, Lingüística, Semántica, entre otras.
5. Forma o estructura del pensamiento	Lógico	Lógica

EJERCICIO 5

- | |
|--|
| <p>1. Escriba un ejemplo en el cual se describan los factores del pensamiento. Puede ser un hecho anecdótico o ensayo.</p> |
|--|

6. La lógica y otras ciencias

La Lógica se diferencia de las otras ciencias: esto, fácilmente se ve por lo dicho hasta ahora, pero debe hacerse notar de modo especial cómo se diferencia de la Crítica y de la Psicología por el distinto objeto formal. De donde queda patente con cuánta razón debe rechazarse el sicologismo, que refutó sobre todo Husserl. Se diferencia de la Gramática, que estudia las formas externas de la locución. Ahora bien, estas formas no coinciden absolutamente con las variadísimas formas del pensamiento. La Lógica aventaja a las otras ciencias por su uso y por la necesidad de su empleo; no en cambio por su excelencia y dignidad. En verdad, la dignidad depende ciertamente de objeto, atendiendo al cual, el primer puesto lo ocupa sobre todo la Metafísica. Sin embargo, puesto que todas las ciencias, e incluso los pensamientos corrientes dependen del recto uso de las reglas y de los métodos científicos, está claro que es menester que preceda algún tratado lógico a las mismas. Por tanto, con razón debe empezarse por la Lógica. A este respecto, muy bien dijo Santo Tomás: **“Es menester, al aprender, empezar por la Lógica, no porque sea más fácil que las otras ciencias, sino porque las otras ciencias dependen de ella”**.

EJERCICIO 6

1. Investigue cuáles son los objetos de estudio de las siguientes ciencias:

- a) antropología
- b) psicología
- c) física
- d) química
- e) biología
- f) geografía
- g) historia
- h) gramática
- i) lingüística
- j) comunicación

2. ¿Qué tienen en común y en qué difieren los objetos de estudio de las ciencias del numeral 1?

3. ¿Cómo relaciona a la lógica con ellas?

7. El concepto

El concepto es importante ya que con ellos se elaboran definiciones, luego, son base para poder formar juicios y posteriormente darle paso al razonamiento.

Caracterización

Un concepto es una construcción mental que sirve para describir y clasificar los objetos y fenómenos después de haber vivido una situación que estimule nuestra capacidad de abstracción; puede expresarse mediante palabras y otorgarle o no un valor moral, matemático, físico, monetario, ético o de cualquier otra índole. En su máxima abstracción, cuando carecen de contenido material alguno son conceptos formales.

El conocimiento de la experiencia siempre es concreto, tiene una referencia a una cosa, una situación o algo que es único e irrepetible. Por otro lado la experiencia siempre es subjetiva. Mediante los conceptos comprendemos lo que esa cosa es, o lo que esa situación supone, separando lo que tiene de común con otras cosas y situaciones, de lo que es único e irrepetible. Eso común aplicable a otras cosas y situaciones tiene por eso un carácter universal. Los conceptos son universales, se refieren a muchos individuos o situaciones. El concepto universal es la forma o formalidad bajo la cual comprendemos las cosas y las situaciones.

También se les llama ideas cuando se pretende señalar ese carácter universal como algo objetivo y no meramente subjetivo. Gracias a los conceptos podemos nombrar y expresar las cosas y situaciones con palabras, lo que hace posible construir los lenguajes. Las palabras significan conceptos universales. Las cosas únicas e irrepetibles no pueden tener concepto como tal, son lo que son, y no puede haber ningún concepto que las comprenda como tales. Por eso existen los nombres propios, que designan lo concreto. A efectos de la lógica las palabras que significan conceptos universales

se consideran como clases. Los nombres propios se consideran como una clase universal formada por un solo individuo. Mediante los conceptos clasificamos las cosas y ordenamos el mundo.

Por medio del lenguaje podemos compartir lo conocido individualmente y subjetivo y, en la medida en que los demás puedan comprender lo mismo, el conocimiento adquiere un carácter objetivo. De ahí la importancia de los conceptos. Por eso cuando no sabemos algo decimos que “no tenemos ni idea”.

Las relaciones entre las palabras y los conceptos son complejas y variables, pues no siempre la misma palabra significa el mismo concepto; un mismo concepto puede expresarse con varias palabras y formas de expresión. La expresión de un mismo concepto puede variar de forma importante según el idioma en que se exprese.

EJERCICIO 7
1. Escriba un listado de 10 conceptos universales que usted utiliza con frecuencia en su vida diaria. 2. ¿Por qué cree que son conceptos universales?

8. Formación de conceptos

Conceptos formales son los conceptos que no tienen contenido material alguno. No significan sino una forma aplicable a multitud de cosas. Todos los conceptos son universales, tienen algo de formal, pero son aplicables a una sola clase de objetos. Los conceptos formales suponen una total generalidad de objetos sin determinar, incluso indeterminables, por eso se consideran sin contenido y, por tanto, formales.

Los ejemplos más comunes son los números. “2” no tiene contenido material alguno, y sólo cuando se le aplica a objetos adquiere contenido, 2 mesas. Las fórmulas matemáticas y lógicas representan ejemplos de conceptos formales $ax + by = c$.

En el lenguaje ordinario usamos algunas palabras como conceptos formales por su aplicabilidad a cualquier cosa. “Ser”, “ente”, “cosa”, “algo”, son formales siempre que no determinen un contenido. Los términos gramaticales que establecen las relaciones entre las palabras pueden considerarse también conceptos formales: conjunciones y preposiciones.

Las clases son declaraciones o abstracciones de objetos, lo que significa, que una clase es la definición de un objeto. Cuando se programa un objeto y se definen sus características y funcionalidades, realmente se programa una clase.

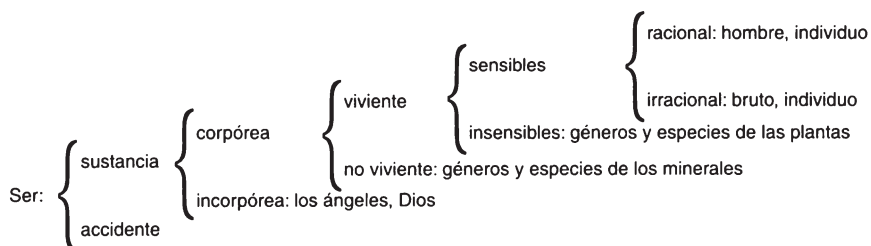
EJERCICIO 8

1. Escriba un listado de 10 conceptos formales que usted utiliza con frecuencia en su vida diaria.
2. ¿Por qué cree que son conceptos formales?

9. Clasificación de conceptos

El concepto es entendido como la representación intelectual de un objeto, diferenciándose, pues, de lo sentido, lo percibido, lo imaginado o lo recordado. Las propiedades de los conceptos son la **comprensión** y la **extensión**: la primera denota las características esenciales que contiene un concepto, y la segunda el número, la cantidad de sujetos a los que puede aplicarse, de los que se puede predicar. Cuanto mayor sea el número de características que contiene un concepto, menor será el número de sujetos a los que pueda aplicarse, y viceversa. En función de estas características se pueden construir los conocidos **árboles lógicos**, en los que se clasifican los conceptos estableciendo entre ellos una relación de jerarquía y subordinación, de mayor a menor extensión.

Como ejemplo véase la jerarquía y subordinación de los conceptos según el árbol lógico de Porfirio:



Por supuesto, hay muchas clases de conceptos. Atendiendo a su **extensión** pueden ser universales, particulares y singulares; atendiendo a su **comprensión**: simples y compuestos, según expresen una sola esencia, o una esencia acompañada de una cualidad; también pueden ser, según su comprensión, concretos y abstractos, compatibles o incompatibles, positivos o negativos, claros u oscuros, primitivos o derivados. Los que más interesaron a Aristóteles fueron los conceptos universales y sus distintos tipos de atribución o predicables. Los **predicables** son conceptos

universales que pueden aplicarse, pues, a muchos sujetos. En los Analíticos posteriores Aristóteles se refiere a cinco predicables, o modos generales de atribución: género, especie, diferencia, propio y accidente. El género representa la parte de la esencia que es común a varias especies; la especie representa la esencia del ser; la diferencia expresa la parte de la esencia que no es común, sino característica de la especie; propio, o propiedad, expresa una cualidad que acompaña necesariamente a la especie, y el accidente expresa una cualidad contingente, que puede estar o no en el ser.

Los géneros supremos en los que se pueden clasificar los seres son las **categorías**, o predicamentos. En sus obras “Categorías” y “Tópicos” Aristóteles fija en diez su número, estableciendo una distinción fundamental entre la sustancia y los accidentes. La sustancia es la categoría fundamental, lo que existe en sí mismo; los accidentes son categorías que existen en otro ser, en la sustancia. Aristóteles clasifica los accidentes en 9 grupos: cualidad, cantidad, relación, acción, pasión, lugar, tiempo, situación, hábito externo. (En los “Analíticos posteriores” nos habla sólo de ocho categorías accidentales, suprimiendo las dos últimas, que son englobadas como aspectos de las restantes). En la medida en que las categorías remiten a las formas de ser extramentales adquieren un marcado contenido ontológico, dando por supuesto que las cosas son captadas por la mente tal como son en realidad.

Los conceptos son actos mentales que expresamos mediante el lenguaje. A esa expresión lingüística del concepto le llamamos “término”, y es objeto de la misma clasificación atribuida a los conceptos. Los términos pueden ser, además, si atendemos al objeto expresado, unívoco, equívoco y análogo. Son unívocos los términos que remiten a un sólo concepto, y se aplican siempre con el mismo sentido o significado. Equívocos son los términos con los que podemos expresar distintos conceptos, aplicándose en cada caso con un sentido distinto, por ejemplo: León tiene una catedral, el león es el rey de la selva. El término que expresa conceptos diferentes pero que tiene un fondo común se llama análogo, otro ejemplo es: Juan está sano, este clima es sano. El análisis de los distintos tipos de analogía interesó mucho

a los filósofos medievales y algunos problemas de la relación entre lo divino y lo humano fueron tratados con el desarrollo del análisis de los distintos tipos de analogía.

EJERCICIO 9

1. Para cada clasificación de concepto haga un listado de cinco ejemplos.
2. ¿Cuál es la clasificación que Aristóteles usaba?
3. ¿Considera usted que la clasificación de Aristóteles es vigente? Explique.

10. El juicio

Caracterización. La relación de dos conceptos da lugar a la formulación de un **juicio**. Si se da entre ambos una relación de conveniencia decimos que el juicio es afirmativo, y en caso contrario, negativo. El sujeto del juicio es el concepto del que se afirma o niega algo; el predicado es el concepto que se afirma o niega del sujeto. Aristóteles distingue en los juicios la materia y la forma. La materia o contenido del juicio son los conceptos que se relacionan; la forma es la relación que se establece entre ellos a través del verbo ser. Aristóteles representa el sujeto del juicio con un signo (S) y el predicado con otro (P) para intentar separar la materia de la forma: así, la forma del juicio “Juan es alto” se representaría como “S es P”, y la forma del juicio “Juan no es alto” como “S no es P”.

Los juicios se clasifican en varios grupos:

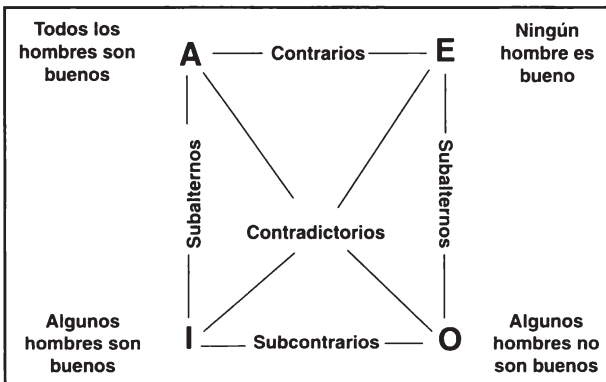
ATENDIENDO A	CLASIFICACIÓN
LA CANTIDAD: según la extensión del sujeto	• universales • particulares • singulares
LA CUALIDAD: según la cualidad de la cópula	• afirmativos • negativos
LA RELACIÓN: según la relación entre el sujeto y el predicado	• categóricos • hipotéticos • disyuntivos
LA MODALIDAD: según el modo en que expresan la relación entre el sujeto y el predicado	• apodícticos • asertóricos • problemáticos

De ahí se sigue una clasificación ordenada de todas las formas de juicio; en el caso de los juicios categóricos, por ejemplo, se daría la siguiente clasificación, combinando la cantidad y la cualidad:

Universal afirmativo	Se suele representar con la letra A
Universal negativo	Se suele representar con la letra E
Particular afirmativo	Se suele representar con la letra I
Particular negativo	Se suele representar con la letra O

La asignación de estas letras para representar las formas del juicio categórico es posterior a Aristóteles y procede de las palabras latinas “**A**firmo” y “**nEgO**”, y es la que se ha utilizado tradicionalmente entre nosotros para referirnos a la clasificación aristotélica de los juicios. También Aristóteles estudia las formas de oposición entre los juicios, es decir, la diversidad entre los juicios que tienen **el mismo** sujeto y predicado; deduciendo una serie de reglas sobre la verdad de los mismos que se han de cumplir independientemente de los conceptos que elijamos para formar los juicios.

En función de tales reglas se pueden establecer relaciones de oposición entre los distintos tipos de juicios, según sean contrarios, contradictorios, subcontrarios o subalternos, determinando su valor de verdad en función del tipo de oposición con otro juicio conocido. Se pueden representar con el cuadro siguiente:



Al igual que ocurriría con los conceptos, que son actos mentales que se expresan mediante términos lingüísticos, los juicios son actos mentales que se expresan mediante proposiciones, es decir, mediante un conjunto de palabras u oración gramatical. El mismo juicio se puede expresar con distintas proposiciones, por ejemplo, usando distintos idiomas, y a veces la misma proposición puede referirse a juicios distintos, “ésta es mi casa” dicha por dos personas distintas.

Clasificación general

Clasificación de los juicios y proposiciones:

La forma del juicio es la cópula, término que une el predicado con el sujeto, la materia el sujeto (S) y el predicado (P).

Las proposiciones S y P enlazadas por la cópula, se diferencian:

- i) por la cualidad:
 - afirmativas y negativas;
 - absolutas y modales.
- ii) por la cantidad:
 - singulares,
 - particulares y
 - universales.
- iii) por la unidad:
 - simple (categóricas) y
 - complejas (hipotéticas).
- iv) Afirmativas o negativas, según que la cópula sea “es” o “no es”
 - En las afirmativas el predicado (P) se toma en parte de su extensión, y
 - en las negativas en toda; excepto en definiciones y proposiciones singulares.
- v) La cualidad determina la extensión del predicado; esto da lugar a dos leyes:
 - en una proposición afirmativa el predicado es particular; y,
 - en una negativa, el predicado es universal.

Explicación: la proposición afirmativa introduce el S dentro de la extensión de P. “Este hombre es blanco” no significa que él solo sea todo lo blanco, sino que es un miembro del conjunto de los blancos. Al contrario, la proposición negativa excluye al S de la extensión de P, nada de S está dentro de la extensión de P, ésta se considera toda entera. Singulares, universales, particulares, según que el sujeto (S) sea un individuo, todos los de un género, o una parte de estos: “Cesar venció a Pompeyo”; “todos los círculos son redondos”; “algunas hipótesis son probables”. Modales: además de afirmar o negar enuncian el modo como el predicado (P) conviene (o no) al sujeto (S). El modo afecta a la cópula. Hay cuatro modos: posible y necesario (contingente e imposible). Posible: S “puede ser” P. Contingente: la cópula declara posible “no ser”. Imposible: la cópula declara que P “no puede” ser.

- vi) Proposición categórica es aquella que atribuye simplemente un predicado a un sujeto; es simple. La proposición hipotética enlaza proposiciones categóricas (por tanto, es compuesta). Las proposiciones hipotéticas pueden ser: condicionales, copulativas o disyuntivas: Condicional, afirma bajo condición: “Si llueve, el suelo se moja”. Consta de dos partes, un antecedente que pone la condición y un consecuente o condicionado. La proposición condicional afirma o niega el nexo entre condición y condicionado. Solamente son válidas dos conclusiones: Si la condición A es verdad, lo es también el condicionado B. Si B no lo es, tampoco A. Pero no se puede concluir que si A no es, tampoco B, excepto en la condición sine qua non.
- vii) Disyuntiva une enunciados con la particular “o”, y no pueden ser a la vez verdaderas ni falsas. De hecho afirman dos cosas: que los miembros no pueden ser verdad a la vez y que al menos uno es verdad: “suyo o no suyo”. Los miembros han de ser opuestos y la división entre los miembros debe ser completa: “o es rico o es infeliz” es falsa, porque no hay oposición ni disyunción completa (“o el pobre es feliz”).

EJERCICIO 10

1. Utilizando la codificación de los juicios categóricos (A, E, I, O) clasifique los siguientes juicios:

- 1.1 Por lo menos una persona en el salón es buena. ()
 - 1.2 Algunos cuentos son infantiles. ()
 - 1.3 Los periodistas son valientes. ()
 - 1.4 Ningún político es honesto. ()
 - 1.5 Todas las mujeres son bellas. ()
 - 1.6 Las revistas técnicas informan. ()
 - 1.7 Pocos estudiantes reprobaron Lógica Matemática. ()
 - 1.8 Hay algunas aves sin poder volar. ()
 - 1.9 Todos los niños son curiosos. ()
 - 1.10 Casi todos aprobaron la asignatura. ()
- 2. Escriba tres juicios Universal Afirmativo (A).
 - 3. Escriba tres juicios Universal Negativo (E).
 - 4. Escriba tres juicios Particular Afirmativo (I).
 - 5. Escriba tres juicios Particular Negativo (O).

11. Diagramas de Venn

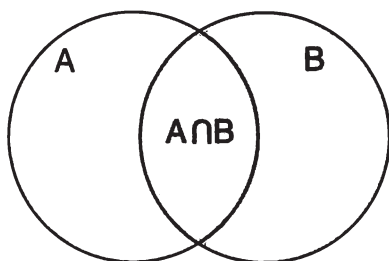


Diagrama de Venn mostrando la intersección de dos conjuntos

Los **diagramas de Venn** provienen de la rama de las matemáticas conocida como teoría de conjuntos. Estos diagramas son usados para mostrar gráficamente la relación entre diferentes conjuntos. Un diagrama de Venn es un gráfico consistente en dos o más círculos, en el que cada uno de ellos representa un conjunto. Un diagrama de Venn muestra todas las relaciones lógicas entre los conjuntos de interés.

Por ejemplo, cuando los círculos se superponen, indican la existencia de subconjuntos con algunas características comunes. Fue popularizado por John Venn, lógico británico que se hizo famoso por sus diagramas.

Los diagramas de Venn se emplean a menudo para enseñar matemáticas elementales y para reducir la lógica y la Teoría de conjuntos al cálculo simbólico puro.

Venn utilizó el diagrama para identificar los silogismos fundamentales que se usan en la lógica. La extensión de cada uno de los tres términos del silogismo se representa por uno de los círculos, de tal manera que las áreas de intersección pueden resultar claramente eliminadas por identidad lógica y cada una de las formas silogísticas tiene un diagrama peculiar.

John Venn

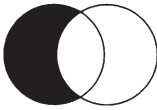


John Venn (Drypool, 4 de agosto de 1834- Cambridge, 4 de abril de 1923), fue un matemático y lógico británico. Destacó por sus investigaciones en lógica inductiva. Es especialmente conocido por su método de representación gráfica de proposiciones, según su cualidad y cantidad, y silogismos. Los diagramas de Venn permiten, además, una comprobación de la verdad o falsedad de un silogismo. Posteriormente fueron utilizados para mostrar visualmente las operaciones más elementales de la teoría de conjuntos. Entre sus obras destacan *Symbolic Logic* (1881), *The Logic of Chance* (1866) y *The Principles of Empirical Logic* (1889).

Falleció a la edad de 88 años en Cambridge.

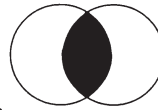
Con el fin de estudiar la manera de representar con diagramas de Venn las relaciones entre los juicios, tenemos la siguiente situación, donde se representará el sujeto gato por (S) y el predicado negro por (P).

Juicio A: UNIVERSAL AFIRMATIVO
"Todos los gatos son negros"



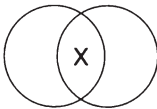
S P
Área no sombreada representa todos los gatos que son negros.

Juicio E: UNIVERSAL NEGATIVO
"Ningún gato es negro"



S P
Área no sombreada representa los gatos que son negros.

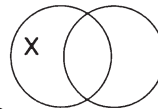
Juicio I: PARTICULAR AFIRMATIVO
"Algunos gatos son negros"



S P
La intersección marcada con X indica que al menos un gato es negro

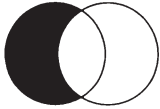
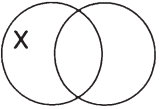
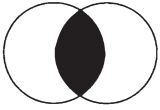
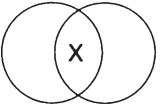
El área no señalada con X indica que no hay información suficiente para afirmar o negar.

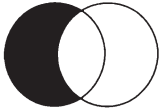
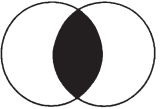
Juicio O: PARTICULAR NEGATIVO
"Algunos de los gatos no son negros"

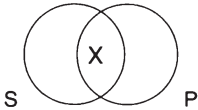
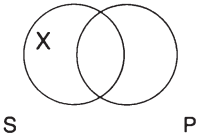
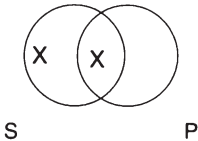


S P
La intersección marcada con X indica que al menos un gato no es negro

El área no señalada con X indica que no hay información suficiente para afirmar o negar.

Juicios Contradictorios: diferencias y coincidencias	
Juicio A: todos los S son P  S P	Juicio O: Algunos S no son P  S P
El juicio A es verdadero siempre y cuando el juicio O sea falso, en lo cual se establece una correspondencia lógica.	
Juicio E: Ningún S es P  S P	Juicio I: Algunos S son P  S P
El juicio E es verdadero siempre y cuando el juicio I sea falso, en lo cual se establece una correspondencia lógica.	

Juicios Contrarios: diferencias y coincidencias	
Juicio A: todos los S son P  S P	Juicio E: Ningún S es P  S P
No coinciden ni en la cantidad ni en la cualidad. Ambos no pueden ser verdaderos al mismo tiempo, pero sí pueden ser falsos de manera simultánea. Se muestra que en lo que uno afirma el otro lo niega.	

Juicios Subcontrarios	
Juicio I: Algunos S son P 	Juicio O: Algunos S no son P 
Ambos juicios no pueden ser falsos al mismo tiempo, pero sí pueden ser verdaderos de manera simultánea. A continuación se muestra con diagramas de Venn la manera de representar esta situación: 	

EJERCICIO 11

1. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Todos los peces saben nadar”, represente el juicio contrario.
2. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Todos los profesores son humanistas”, represente el juicio subalterno.
3. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Ninguna comida rápida es nutritiva”, represente el juicio contradictorio.
4. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Algunos salvadoreños son mentes brillantes”, represente el juicio subcontrario.
5. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Algunas mujeres son famosas”, represente el juicio contradictorio.
6. Utilizando diagramas de Venn y el juicio “Algunos políticos son honestos”, represente el juicio subalterno.

12. El razonamiento

Naturaleza y caracterización

El **razonamiento no deductivo** es una modalidad de razonamiento en el cual la verdad de las premisas no convierte en verdadera la conclusión, sino que la conclusión de un razonamiento no deductivo sólo es probable. Así pues, en un razonamiento no deductivo pueden afirmarse las premisas y, simultáneamente, negar la conclusión sin contradecirse.

Razonamos de manera no deductiva cuando generalizamos a partir de la observación de algunos casos, un razonamiento inductivo; cuando establecemos comparaciones, razonamiento analógico, y, también, cuando obtenemos conclusiones particulares a partir de la información parcial o insuficiente de la que disponemos: *“Hay nubes, por lo tanto lloverá”*.

En la vida cotidiana efectuamos infinidad de razonamientos no deductivos, aunque no siempre con el mismo grado de validez. Razonamos correctamente cuando tenemos en cuenta las circunstancias más pertinentes al caso y no nos precipitamos a la hora de sacar conclusiones. Mediante el razonamiento no deductivo ampliamos nuestro conocimiento, aunque se trata de un conocimiento probable. Acertar en la conclusión de un razonamiento no deductivo es una cuestión de probabilidades.

En un **razonamiento deductivo válido**, la conclusión debe derivarse necesariamente de las premisas, lo que quiere decir que, si las premisas del razonamiento son verdaderas, la conclusión ha de ser verdadera. Por ejemplo, si aceptamos que todos los pequeños son ágiles y que x es pequeño, la conclusión lógicamente necesaria es que x es ágil. No podemos afirmar las premisas y negar la conclusión sin contradecirnos. Otro ejemplo:

- | | |
|-------------|---|
| Premisas: | <ul style="list-style-type: none">• Si brilla el sol, la ropa tendida se seca.• Brilla el sol. |
| Conclusión: | <ul style="list-style-type: none">• Por lo tanto, la ropa tendida se seca. |

En este ejemplo se advierte claramente que, si las premisas son verdaderas, la conclusión también ha de ser verdadera. No podemos considerar buenas las premisas y, a un tiempo, negar la conclusión. Dicho de otro modo, la conclusión se deduce necesariamente a partir de las premisas. Por medio de un razonamiento de estas características se concede la máxima solidez a la conclusión, las premisas implican lógicamente la conclusión. Y la conclusión es una consecuencia lógica de las premisas.

Clases de razonamientos

El razonamiento es un encadenamiento de juicios en el que partiendo de una proposición conocida se descubre otra u otras desconocidas. Aristóteles, en los Analíticos, se ocupa tanto del razonamiento deductivo como del inductivo, pero considera que el conocimiento científico se alcanza deduciendo lo particular de lo general, es decir, con el conocimiento de las causas. Aristóteles privilegiará, por tanto, el análisis del razonamiento deductivo, y en especial del razonamiento deductivo categórico o **silogismo**.

Del mismo modo que distinguimos en el juicio una materia y una forma hemos de hacer lo propio con el razonamiento; la materia próxima del razonamiento son los juicios, y la materia remota los conceptos (que son la materia de los juicios). La forma consiste el nexo o conexión legítima entre los juicios antecedentes y los consecuentes y se expresa mediante conjunciones como “luego”, “por lo tanto”, “por consiguiente”, a través de las cuales se realiza el proceso de inferencia, la consecuencia de unos juicios a otros. Aristóteles afirma que este proceso está sometido a reglas que permiten determinar su corrección o incorrección, de tal modo que, si los juicios de los que se parte son verdaderos, y la inferencia se realiza de acuerdo con las reglas definidas (si la inferencia es válida, pues) la conclusión será necesariamente verdadera. El proceso de inferencia no dependerá, pues, de la materia del razonamiento, sino de su forma.

El razonamiento deductivo es una forma de razonamiento que va del todo a las partes es decir, intenta extraer de una verdad universal

otra particular. Puede ser de tres clases: categórico, hipotético y disyuntivo, atendiendo al tipo de juicio (por la relación) que le sirva de punto de partida.

Razonamiento categórico	Razonamiento hipotético	Razonamiento disyuntivo
Todos los hombres son mortales	Si apruebas irás de vacaciones	Por este camino se va al norte o al sur
Los ahuachapanecos son hombres	Es así que has aprobado	Es así que se va al norte
Luego los ahuachapanecos son mortales	Luego irás de vacaciones	Luego no se va al sur

El **silogismo** es un razonamiento deductivo categórico mediante el cual, partiendo de dos juicios dados inferimos uno nuevo. Consta, pues, de tres proposiciones, que expresan tres juicios; y de tres términos, que expresan tres conceptos, que constituyen la materia próxima y remota del razonamiento, respectivamente.

La premisa que sirve de punto de partida se llama “**premisa mayor**” y es la más general; la premisa que sirve de intermediario se llama “**premisa menor**”, y es menos general que la anterior; la proposición que se deduce de la “mayor” por mediación de la “menor” es la **conclusión** del razonamiento. En cuanto a los términos del razonamiento, se llama “**término mayor**” al **predicado** de la conclusión, que debe aparecer en la premisa mayor, y se le representa con la letra **P**. Se llama “**término menor**” al **sujeto** de la conclusión, que aparece también en la premisa menor, y se le representa con la letra **S**. El “**término medio**” es el que aparece en las dos premisas (mayor y menor) y no en la conclusión, y se le representa con la letra **M**. Por lo tanto, tomando el ejemplo anterior de razonamiento categórico, podríamos representarlo como sigue:

	Todos los hombres son mortales	M es P
Razonamiento categórico	Los ahuachapanecos son hombres	S es M
	Luego los ahuachapanecos son mortales	S es P

Donde el término mayor es “mortales” (P), el término menor es “ahuachapanecos” (S), y el término medio es “hombres” (M).

Aristóteles distingue cuatro formas válidas de silogismo, conocidas tradicionalmente como figuras del silogismo, y que resultan del distinto lugar que ocupa el término medio en las premisas, y que son las siguientes (aunque la última fue considerada por Aristóteles como una mera variante de la primera):

M es P	P es M	M es P	P es M
<u>S es M</u>	<u>S es M</u>	<u>M es S</u>	<u>M es S</u>
S es P	S es P	S es P	S es P

Estas cuatro figuras pueden, a su vez, teniendo en cuenta la cualidad y la cantidad de las proposiciones que las componen, dar lugar a un total de 64 modos diferentes de silogismo, de los que sólo 19 son modos válidos de razonamiento. Su validez la establece Aristóteles a partir de la determinación de las leyes o reglas de legitimidad del silogismo. Entre ellas, que el silogismo ha de constar de tres términos, que no pueden ser tomados con mayor extensión en la conclusión que en las premisas, que el término medio ha de tomarse universalmente al menos en una premisa (o en ambas), que de dos premisas negativas no se puede seguir ninguna conclusión, etc.

El fundamento del silogismo suscitó también la curiosidad investigadora de Aristóteles, ya que al basarse la inferencia en la validez de las premisas anteriores se planteaba el problema del recurso al infinito para justificar el razonamiento. Si cada premisa tiene que estar justificada por otra, en efecto, ¿cómo detener la necesidad de justificar el principio del principio? Esto nos llevaría a un proceso infinito de justificación, por lo que Aristóteles afirmó que existían ciertos principios que eran conocidos intuitivamente y que no necesitaban demostración.

El más fundamental de todos era el principio de contradicción: no es posible que algo sea y no sea, al mismo tiempo, y bajo la misma consideración; de él se sigue el principio de identidad: algo es igual a sí mismo; y el principio de igualdad: dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí, y otros que se siguen de los anteriores.

Reglas para construir silogismos

En lógica, es el conjunto de tres presupuestos o juicios que tienen entre sí la siguiente relación: el tercero se deriva –se deduce o concluye– de los dos primeros.

Primera regla del silogismo

El silogismo consta de tres conceptos: mayor, menor y medio. El funcionamiento del silogismo consiste en relacionar el menor con el mayor gracias a que previamente se encuentran relacionados con un tercero que es el término medio. Según la primera regla el silogismo no es válido cuando algún silogismo, de forma inadvertida, tenga 4 conceptos, debido a que el término medio se utilice en dos sentidos diferentes.

Segunda regla

Establece que ningún término debe tener mayor extensión en la conclusión que en las premisas. De acuerdo con la segunda regla un silogismo se hace inválido en el momento en que uno cualquiera de sus términos sea particular en la premisa y universal en la conclusión.

Tercera regla

La tercera regla nos dice que el término medio jamás pasa a la conclusión, y se considera la más sencilla de aplicar porque el término medio tiene como función servir de puente o enlace a los otros dos.

Cuarta regla

Establece que el término medio debe ser por lo menos una vez universal.

Quinta regla

Que de dos premisas negativas no se concluye nada.

Según la lógica, el silogismo debe de ser siempre correcto. Esto significa que, si un silogismo cumple todas las reglas, tiene forma correcta y hay nexo necesario entre las premisas y la conclusión, sea cual fuere el contenido material que llene esta forma o estructura. La figura del silogismo es la forma que toma éste, de acuerdo con la colocación del término medio.

EJERCICIO 12
1. Elabore tres razonamientos categóricos. 2. Elabore tres razonamientos hipotéticos. 3. Elabore tres razonamientos disyuntivos. 4. Elija tres conceptos de su preferencia; luego, use cada uno de ellos para elaborar un juicio y un razonamiento.

13. Más sobre silogismos

El raciocinio es la operación mediante la que el intelecto, de dos o más juicios conocidos como verdaderos, conoce la verdad de otro juicio. El raciocinio o discurso es un movimiento: va de lo desconocido a lo conocido, o de lo implícito a lo explícito. Aristóteles usa el nombre “silogismo” en un sentido tan amplio que abarca toda clase de razonamientos. Lo define así: “silogismo es un discurso (logos) en que, por el hecho de poner unos datos, resulta necesariamente uno distinto de los puestos anteriormente, por el hecho de haber sido puestos”.

Las proposiciones de que se parte se llaman **antecedentes** o **premisas**. La proposición que deriva de ellas es el **consecuente** o la **conclusión**. Esta es la materia del razonamiento o silogismo.

El silogismo no consiste en el hecho de establecer –o “poner”– las premisas y la conclusión; sino en vincularlas. La forma del razonamiento es el vínculo, la dependencia necesaria del consecuente respecto al antecedente. Este vínculo se denomina **consecuencia**.

No se debe confundir el consecuente, que es materia del razonamiento, con la consecuencia, que es la forma, el mismo razonamiento. Sólo si hay consecuencia hay silogismo.

La lógica formal tiene por objetivo la consecuencia o inferencia, su finalidad es formular reglas que garanticen la exactitud de la consecuencia, incluso prescindiendo de la verdad o falsedad del antecedente y del consecuente. La consecuencia puede ser correcta, verdad formal, aunque no sea verdad el consecuente. La lógica material se ocupa de la verdad de las proposiciones, la formal sólo considera la corrección de las consecuencias o indiferencias.

Leyes de la argumentación

Si la consecuencia no es correcta, no hay razonamiento, sino una serie de proposiciones. El consecuente puede ser verdadero, aunque

la consecuencia sea incorrecta, en sentido “material”; de hecho, no es consecuente si no deriva necesariamente del antecedente. Si una proposición es verdadera, pero no deriva ni depende de las premisas, es verdad por su materia, pero no en virtud de la forma, porque no hay forma.

Las leyes que regulan la argumentación suponen que hay consecuencia correcta. Son estas:

- 1ª Si el antecedente es verdadero, el consecuente es verdadero.
- 2ª Si el consecuente es falso, el antecedente es falso.
- 3ª Si el antecedente es falso, el consecuente puede ser falso o verdadero.
- 4ª Si el consecuente es verdadero, el antecedente puede ser verdadero o falso.

Las cuatro leyes se reducen a la 1a. y a la 3a., su fórmula tradicional dice: de una verdad solo se sigue verdad; de lo falso se sigue cualquier cosa.

Estas leyes tienen rango de principios de la lógica. Son evidentes, no susceptibles de demostración. Lo más que cabe hacer es comentarlas, para subrayar su evidencia. ¿Por qué de lo verdadero sólo se sigue lo verdadero? Podríamos decir también que el consecuente estaba contenido en el antecedente. La consecuencia explicita lo que estaba implícito. Aristóteles presenta la regla como aplicación del principio de no-contradicción. Si, por hipótesis, el antecedente es verdad, el consecuente es verdad y la consecuencia es correcta. Si B es falso, entonces A es y no es (verdad).

¿Pero por qué de lo falso puede seguirse lo verdadero? En virtud de esa ley, cabría esperar que de lo falso sólo se siguiera falsedad. Es imposible que lo falso genere lo verdadero. De todos modos, un antecedente falso puede comportar un consecuente verdadero, de

hecho, aunque no por la razón dada. El ejemplo que pone Aristóteles es un silogismo; el antecedente consta de dos proposiciones falsas; la consecuencia es correcta, porque el silogismo está bien construido. La conclusión resulta verdadera: “Toda piedra es animal. Ahora bien, todo hombre es piedra. Por lo tanto, todo hombre es animal”.

La conclusión resulta necesariamente de las premisas. Pero su verdad no proviene de ellas. Por el hecho de derivar las premisas, un consecuente verdadero resulta por accidente de un antecedente falso. La posibilidad de tales “accidentes” sólo es un escándalo lógico si se olvida que la lógica formal no es autosuficiente.

EJERCICIO 13

1. Busque en textos tres ejemplos que cumplan con las leyes de la argumentación.
2. Construya tres ejemplos de argumentaciones con tópicos relacionados con sus experiencias diarias.

14. Las argumentaciones: Inducción y deducción

Las dos formas principales de la argumentación son la deducción y la inducción. Aristóteles distingue silogismo e inducción como dos caminos o métodos diferentes en la búsqueda de la verdad: “todo aquello que nosotros aprendemos procede o bien del silogismo, o de la inducción”. “Sólo aprendemos por inducción o por demostración”. Silogismo es sinónimo de deducción; se divide en silogismo categórico y silogismo hipotético, según que la premisa mayor sea una proposición categórica o hipotética.

Para definir estos dos movimientos de la razón discursiva no basta con decir que van en sentido inverso. Tampoco es exacto que la deducción descienda de lo general a lo particular, mientras la inducción ascendería de lo particular a lo universal. La inducción no es tanto el tránsito de lo particular o especial a lo general, cuanto el paso de lo sensible a lo inteligible, universal; el rango de este universal, en el árbol de Porfirio (ver anexo), es indiferente. A su vez, la deducción suele ir de lo general a lo particular o especial, pero no es su oficio. De los modos de silogismo válidos sólo 4 tienen una conclusión tan universal como las premisas.

La inducción pasa de lo sensible a lo inteligible, aunque después pueda transitar también de lo menos a lo más universal; la deducción se mueve esencialmente en el nivel de lo inteligible, aunque descienda a lo singular.

La lógica presupone dos hechos psicológicos: primero, los sentidos perciben objetos singulares, y segundo, el intelecto piensa mediante conceptos universales.

La diferencia esencial entre inducción y deducción es que la primera parte de los singulares, mientras que la deducción procede a partir de universales. El consecuente, en cambio, es en ambos casos universal.

La inducción plantea el problema de saber si debe fundarse en una enumeración completa de los datos, o si basta con una enumeración incompleta. En todo caso, no son dos tipos de inducción.

EJERCICIO 14

1. Busque en textos tres ejemplos de Inducción.
2. Busque en textos tres ejemplos de Deducción.
3. Usando la inducción, construya un argumento cuya conclusión sea “los estudiantes universitarios basan el conocimiento en hechos”.
4. Usando la deducción, construya un argumento cuya conclusión sea “los estudiantes universitarios basan el conocimiento en hechos”.

15. La teoría del silogismo

Considerada uno de los principales méritos de Aristóteles, que inventó las leyes del silogismo y las formuló con perfección. Esta aportación ha marcado el camino para la mentalidad occidental, siempre deseosa de rigor lógico, tanto en profundidad o como en claridad.

Valoraciones

El sistema del silogismo es admirado por su exactitud. Los medievales lo integraron en el sistema educativo, como instrumento para formar en el rigor argumentativo. En el Renacimiento empieza a ser cuestionada su validez. Las teorías experimentales insisten en la prioridad de la intuición, observación, inducción; sin ella no obtenemos noticias. A su lado, la argumentación deductiva parece estéril. Es el pensamiento de Francis Bacon (1561-1626), que se propuso redactar un *Novum Organum*, una lógica inductiva. También Renato Descartes (1596-1650) negó el valor del silogismo: “Me di cuenta que, por lo que respecta a la lógica, sus silogismos y la mayor parte de las demás instrucciones servían más para explicar a otro las cosas que ya se saben, o incluso, como en el caso del arte de Lulio, para hablar sin sentido de las que se ignoran, que para aprenderlas” (Discurso del Método).

El pensamiento racionalista valora sobre todo la verdad formal, por eso considera la teoría del silogismo sencillamente perfecta. Leibniz la contempla como la primera forma lograda de discurso infalible: “Sostengo que la invención de la forma silogística es una de las más esplendorosas del espíritu humano y más dignas de estima. Es una especie de matemática universal cuya importancia no está suficientemente conocida, e incluso podemos decir que incluye un arte de infalibilidad, a condición de saber y poderla usar. En algunas ocasiones, yo mismo he experimentado, al disputar incluso por escrito con personas de buena fe, que únicamente nos hemos entendido cuando hemos argumentado correctamente desembrollando un caos de razonamientos” (Leibniz, *Nouveaux Essais*).

Como Lulio, Leibniz anhela un Arte universal de diálogo que permita alcanzar acuerdos siempre; y formula así su deseo: que teólogos y filósofos dejen de discutir, ante las dificultades, y se digan: *Sedeamus et calculemus!* ("Sentémonos y calculemos"). Gottfried W. Leibniz (1646-1716) halló la conexión entre el silogismo y el cálculo mediante diagramas que representan sólo la extensión de los términos propuestos, asimilados así a magnitudes.

I. Kant no oculta su admiración hacia el mecanismo lógico de Aristóteles, la lógica nació adulta de su cabeza, como Afrodita del pensamiento de Zeus. J. Balmes ha sintetizado estas valoraciones diversas: el silogismo es útil para educar en la exactitud, es estéril para aportar novedades: "Es un error imaginarse que los grandes pensamientos filosóficos son hijos del discurso; éste, bien utilizado, sirve algo para enseñar; pero poco para inventar. Casi todo lo que el mundo admira de más feliz, de grande y sorprendente se debe a la inspiración, a esa luz instantánea que brilla de repente en el entendimiento del hombre, sin que él mismo sepa de dónde le viene".

El silogismo categórico

Es una argumentación en la que, de un antecedente que compara dos términos con un tercero, se deduce necesariamente un consecuente que une o separa los dos primeros términos.

En lugar de unir se podría decir identificar, ya que las proposiciones siguen el esquema **S es P**. No se trata de una identificación total, como en la definición esencial, sino parcial. Los dos términos comparados se llaman **extremos**; el que sirve de comparación **medio**, se llama así porque aproxima los extremos entre sí. Los términos son la materia remota del silogismo. La materia próxima son las proposiciones: **premisas** y **conclusión**. Las premisas unen los extremos a través del medio; hay, pues, dos premisas; y la conclusión une los extremos, luego nunca contiene el medio.

Como en una proposición suele tener mayor extensión el predicado que el sujeto, se llama **término mayor (T)** al predicado de la conclusión

y **término menor (t)** a su sujeto. El medio término medio (**M**) suele tener una extensión intermedia entre la extensión de los extremos. En cuanto a las premisas, se llama mayor a la que contiene el término mayor, y menor la que contiene el término menor. La mayor siempre antecede a la menor.

Esquema del silogismo:

$$M \rightarrow T$$

$$t \rightarrow M$$

$$t \rightarrow T$$

Se lee: M es T; pero t es M; luego t es T. Aristóteles lo formula con proposiciones condicionales: Si A se predica de todo B, y B de todo C, necesariamente A se predica de todo C. Igualmente, si A no se afirma de nada de B, y B es afirmado de todo C, se deduce que A no pertenece a nada de C. Las escuelas medievales limitaron al artefacto silogístico a la fórmula categórica.

Silogismo y álgebra de clases

El silogismo categórico se puede interpretar en la línea de extensión de los términos o la de su comprensión. En extensión, significa que *t* se incluye en la extensión de *T*, porque está dentro de la extensión de *M*, el cual se incluye dentro de la extensión de *T*; es decir:

$$t \rightarrow M \rightarrow T$$

Pero interpretando según la comprensión, significa que *T* forma parte de la comprensión de *t*, porque es parte de la comprensión de *M*, la cual a su vez forma parte de la riqueza comprensiva de *t*.

En perspectiva extensional, tenemos una concatenación de conceptos: A contiene a B, B contiene a C, etc. Esta interpretación presenta la ventaja de posibilitar la representación gráfica del razonamiento, por ejemplo con diagramas de Venn-Euler. Aunque una lógica atenta exclusivamente a la extensión corre el riesgo de degenerar

en un automatismo. Aristóteles subraya preferentemente la extensión, por eso se le ha considerado padre de la “lógica de clases”.

En perspectiva comprensiva, leeríamos el silogismo como una casada de identidades, a la manera de las ecuaciones: A es B, B es C, etc. Es una visión más profunda, porque la comprensión funda la extensión del concepto. El peligro de esta lectura es identificar los términos. Sólo son iguales en parte. En todo caso, no es legítimo contraponer comprensión y extensión.

Principios del silogismo

Todo pensamiento coherente se regula por el principio de contradicción: “es imposible que lo mismo (predicado) pertenezca y no pertenezca a lo mismo (sujeto) simultáneamente y bajo el mismo aspecto”. Es principio supremo de la lógica y en metafísica, del pensar y del ser real. Pero es negativo, no funda positivamente ningún discurso. Establece una imposibilidad: prohíbe la contradicción porque anula el pensamiento. El principio que funda positivamente el razonamiento se llama **principio de identidad y diferencia**:

- “Dos cosas idénticas a una tercera son idénticas entre sí”.
- “Dos cosas, una de las cuales es idéntica a una tercera y la otra difiere de esta tercera, son diferentes entre sí”.

Aristóteles formuló la teoría del silogismo desde el punto de vista extensivo; así, el principium identitatis et discrepantiae, o principio de identidad y diferencia, se convierte en el de dictum de omni et nullo, es decir: lo que se dice del todo se dice de la parte; lo que no se dice del todo, no se dice de ninguna de sus partes (quidquid dictum de omni, dictum de singulis; quidquid dicitur de nullo, negatur de singulis).

Con estos principios, estamos ante la definición de la universalidad en extensión. El predicado que se dice universalmente de un objeto, se afirma de cada parte del sujeto; y el que se niega universalmente de un sujeto, se niega de cada una de sus partes.

“Decir que un término está contenido en la totalidad de otro, o decir que un término es atribuido a otro término tomado universalmente, es afirmar lo mismo. Y decimos que un término es afirmado universalmente, cuando no es posible encontrar en el sujeto una parte que no esté contenida en el otro término. Para la expresión ‘no ser atribuido a ninguno’ la explicación es idéntica”.

Silogismos categóricos incompletos y compuestos

Entimema: es el silogismo abreviado, una premisa de la cual se sobreentiende: “Estudio, por lo tanto aprobaré”. Otro ejemplo y famosísimo entimema es el de Descartes: “pienso, luego existo”. El silogismo completo es:

“Todo aquel quien piensa existe;
y yo pienso;
por lo tanto existo”.

Epiquerema: es el silogismo en que la mayor o la menor se acompañan de explicación o prueba:

“Quien sabe, aprueba (mayor);
y yo sé, porque estudio (menor),
por lo tanto aprobaré”.

Polisilogismo: cadena de silogismos tal que la conclusión de uno es premisa del siguiente:

“Quien es prudente es temperante;
quien es temperante es constante,
luego el prudente es constante;//
pero el constante es equilibrado,
luego el prudente es equilibrado;//
el equilibrado no está triste,
luego el prudente no está triste;//
y quien no está triste es feliz,
luego el prudente es feliz”
(Séneca).

Sorites: es un polisilogismo en que se suprimen las conclusiones intermedias, hasta que el sujeto de la primera proposición se une con el predicado de la última:

“Sócrates es hombre//
El hombre es compuesto//
Lo compuesto es divisible//
Lo divisible es mortal//
Sócrates es mortal”.

Otro ejemplo de **sorites** con eficacia retórica:

“Quien autoriza las empresas violentas ataca la justicia;
quien ataca la justicia rompe el lazo que une a los
ciudadanos;
quien rompe el lazo que une los ciudadanos hace nacer
divisiones en el Estado;
quien crea divisiones en el Estado lo expone a un peligro
evidente;
luego, quien autoriza empresas violentas expone al Estado a
un peligro evidente”.
(Bossuet).

Dilema: Propone una disyunción completa y deduce la misma conclusión de los dos miembros. Ejemplo:

“El cristianismo se ha propagado con milagros o sin milagros.
Si con milagros, es verdadero, porque el milagro es el sello de
Dios.
Si sin milagros, este es el mayor de los milagros.
Luego, en ambos casos, es verdadero”
(S. Agustín de Hipona).

El silogismo hipotético

El silogismo hipotético tiene como premisa mayor una proposición hipotética, compuesta de dos o más categóricas, la menor afirma o niega uno de los miembros de la mayor. Formas del silogismo hipotético son:

- a) **conjuntivo,**
- b) **disyuntivo y**
- c) **condicional.**

El silogismo condicional es el principal, porque todos los demás se pueden reducir a él.

a) Silogismo conjuntivo

Es aquel cuya premisa mayor es una copulativa de este tipo: S no es P y R. Regla: de la afirmación de un predicado en la menor, se concluye la negación del otro (modus ponendo-tollens); pero a la inversa no (tollendo-ponens).

b) Silogismo disyuntivo

La premisa mayor es hipotética disyuntiva: S es P o R. Regla: de la afirmación de un predicado en la menor se concluye la afirmación del otro, y al revés.

c) Silogismo condicional

Su premisa mayor es hipotética condicional: si Q es R, entonces S es P. La menor afirma o niega uno de los miembros; y la conclusión afirma o niega el otro. Reglas: las reglas del silogismo hipotético-condicional son las mismas de la argumentación en general: ex vero non sequitur nisi verum, ex absurdo sequitur quodlibet. Existen, por eso, dos modos válidos: modus ponens y modus tollens.

La argumentación científica y la demostración

Argumentación

Es el discurso de la mente que infiere una verdad, mediante silogismo. Si las premisas y las consecuencias están fuera de duda, en la conclusión hay certeza. La argumentación cierta es la demostración por excelencia. Además de la lógica formal, Aristóteles consideró la Dialéctica y la Retórica, como lógicas de lo probable y de lo verosímil; cuando la conclusión es sólo probable, la argumentación es probable, no demostrativa; la argumentación persuasiva tampoco es demostración, sino retórica.

La demostración

Extrae el conocimiento de la verdad de la conclusión del conocimiento de la verdad de las premisas. Mas no se puede proceder al infinito demostrando, luego deben existir premisas indemostrables. Estas reciben el nombre de principios. Según Aristóteles, *principio es aquello por lo que una cosa es, se hace, o es conocida*. Si una cosa proviene realmente de otra, el principio es **real**, si procede lógicamente el principio es **lógico**. Los principios deben gozar de evidencia y ser primitivos, es decir, indefinibles, tales son los axiomas. Las tesis que se toman como principios, mas no gozan de evidencia, son: hipótesis y postulados.

La **hipótesis** es una suposición, a partir de la cual se razona, susceptible de llegar a ser demostrada. Los **postulados**, no son susceptibles de llegar a ser demostrados, pero se adoptan por su verosimilitud, utilidad y coherencia con el resto de la argumentación.

La **demostración directa** hace ver la verdad de una proposición de manera inmediata.

La **demostración indirecta** por reducción al absurdo, probando que la contraria es falsa siempre.

La **demostración a priori** de una cosa ontológicamente anterior demuestra algo posterior.

La **demostración a posteriori**, a la inversa, procede desde lo anterior para nuestra experiencia.

El argumento de analogía

Se usa este argumento para derivar de alguna cosa lo que ha derivado de otra parecida, o lo que hemos negado de una diferente. Se fundamenta en el principio: las cosas parecidas tienen causas parecidas, y las diferentes, causas distintas. Solamente proporciona probabilidad. Es un argumento parecido a la inducción, pero más débil. Su uso es frecuente:

- a) en la vida común, cuando juzgamos sobre otros según nuestros pensamientos, deseos, aficiones, etc.,
- b) poetas y oradores proponen analogías como a argumentos,
- c) en las ciencias, la analogía proporciona hipótesis interesantes; en ella se basa, por ejemplo, la experimentación de fármacos en animales.

La hipótesis

Admite una proposición probable para explicar un hecho. Sólo proporciona probabilidad, pero cuando consta que el hecho no se puede explicar de ninguna otra manera, da una verdad cierta, una tesis. Cuando la hipótesis no está suficientemente fundada se llama **conjetura**. Una hipótesis debe ser razonable; en ciencia natural es más probable la hipótesis más sencilla y que explica más cosas.

Falacias

Cuando se razona mal para engañar, los discursos son falacias o sofismas. Si se hace sin intención de engañar, se llama **paralogismo**. Las principales son:

- a) Ambigüedad de las palabras, cuando se toman sin fijar su sentido.
- b) Falacia de inducción y analogía, si se hacen afirmaciones universales sin suficiente análisis de los hechos, o se extiende la analogía más allá de lo debido. Un ejemplo: “los pueblos se parecen a los organismos, luego pasan por una infancia, madurez y senectud”.
- c) Declarar imposible lo incomprendible: por ejemplo, la creación o el misterio.
- d) Ignorancia del asunto («ignorantia elenchi»), cuando se habla sin conocer el estado de la cuestión o a partir de un error.
- e) Petición de principio, cuando se supone demostrado lo que se debe demostrar.
- f) Opinión pública, tomar por cierta alguna cosa sólo porque muchos lo dicen.

EJERCICIO 15

1. Escriba lo que usted piensa de las valoraciones que R. Descartes expresó acerca de los silogismos: “sirven para describir la realidad y no para razonar”

2. Escriba lo que usted piensa de las valoraciones que G. Leibniz expresó acerca de los silogismos: “uno de los más hermosos descubrimientos del espíritu humano”

3. Construya tres silogismos categóricos.

4. Escriba tres ejemplos donde se apliquen el principio de identidad y diferencia.

5. Construya o busque en otros textos ejemplos de:

- i) Entimema
- ii) Epiquerema
- iii) Polisilogismo
- iv) Sorites
- v) Dilema

6. Construya o busque en otros textos tres ejemplos de:

- i) Silogismo conjuntivo
- ii) Silogismo disyuntivo
- iii) Silogismo condicional

7. Busque en un texto de ciencias o de matemática ejemplos de demostraciones e identifique (si es posible):

- i) Hipótesis
- ii) Postulados
- iii) El tipo de demostración

8. Escriba tres ejemplos de:

- i) Cuando un principio es real
- ii) Cuando el principio es lógico
- iii) Axiomas
- iv) Conjeturas

16. El silogismo categórico

El **silogismo** es una forma de razonamiento lógico que consta de dos proposiciones y una conclusión, la última de las cuales se deduce necesariamente de las otras dos. El silogismo fue formulado por primera vez por Aristóteles, en su obra lógica *El Organon*, en los libros conocidos como primeros analíticos.

Las dos primeras proposiciones se llaman premisas, la tercera se denomina conclusión. Los dos términos que entran en las premisas y en la conclusión se llaman extremos (mayor y menor), y el que sólo entra en las premisas recibe el nombre de medio.

Los silogismos presentan la siguiente estructura:

Premisa mayor (PM): regla general o mayor

Premisa menor (Pm): conocimiento que se halla bajo la condición de la regla.

Conclusión (C): aplicación de la regla a este caso.

Veamos unos ejemplos de uso de los silogismos:

Todos los hombres son mortales

Todos los investigadores son hombres

Todos los investigadores son mortales

En su uso puro, la razón tiende a subordinar la condición que aparece en la premisa mayor (Todos los hombres son mortales) a una condición todavía más general, convirtiéndose en condicionado de ésta. Esto se denomina prosilogismo o silogismo reductivo.

Todos los animales son mortales

Todos los hombres son animales

Todos los hombres son mortales

Hemos dado un paso más en la generalización.

Todos los vivientes son mortales

Todos los animales son vivientes

Todos los animales son mortales

OTRO EJEMPLO:

PM Todos los jueces son famosos

Pm todos los famosos son sabios

C Por ello todos los jueces son sabios

En virtud de este movimiento reductivo, la razón tiende hacia una condición incondicionada, intentando reducir todo a una unidad superior e incondicionada denominada idea trascendental.

Las ideas trascendentales son conceptos puros de la razón a priori y significan la unificación de todos los conocimientos del entendimiento mediante su remisión a unos principios primeros y condicionados que constituyen el límite de nuestro conocimiento posible.

El silogismo es el pensamiento perfecto, porque da razón y explicación a las ideas.

Leyes para los términos

- El silogismo debe constar sólo de tres términos: mayor, menor y medio.
- El término medio nunca debe aparecer en la conclusión.
- El término medio debe ser universal, al menos en una de las premisas.
- En la conclusión, los términos no deben ser más extensos de lo que fueron en las premisas.

Leyes para las premisas

- Dos premisas afirmativas nunca pueden dar una conclusión negativa.
- Ambas premisas no pueden ser negativas.
- Ambas premisas no pueden ser particulares.

- La conclusión sigue siempre la parte más débil, también denominada la “peor parte”. De ahí se sigue que si una de las premisas es negativa, la conclusión será negativa; y que si una de las premisas es particular, la conclusión tendrá carácter particular.

Formas de silogismo

1ª	2ª	3ª	4ª
BARBARA CELARENT DARII FERIO	CESARE CAMESTRE FESTINO BAROCO	DARAPTI FELAPTON DISAMIS DATISI BOCARDO FERISON	BRAMANTIP CAMENES DIMARIS FESAPO FRESISON

1ª FIGURA			
BARBARA	CELARENT	DARII	FERIO
Todo M es P Todo S es M Todo S es P	Ningún M es P Todo S es M Ningún S es P	Todo M es P Algún S es M Algún S es P	Ningún M es P Algún S es M Algún S no es P

2ª FIGURA			
CESARE	CAMESTRE	FESTINO	BAROCO
Ningún P es M Todo S es M Ningún S es P	Todo P es M Ningún S es M Ningún S es P	Ningún P es M Algún S es M Algún S no es P	Todo P es M Algún S no es M Algún S no es P

3ª FIGURA		
DARAPTI	DISAMIS	DATISI
Todo M es P Todo M es S Algún S es P	Algún M es P Todo M es S Algún S es P	Todo M es P Algún M es S Algún S es P

BOCARDO	FERISON	FELAPTON
Algún M no es P Todo M es S Algún S no es P	Ningún M es P Algún M es S Algún S no es P	Ningún M es P Todo M es S Algún S no es P

4ª FIGURA				
BRAMANTIP	CAMENES	DIMARIS	FESAPO	FRESISON
Todo P es M Todo M es S Algún S es P	Todo P es M Ningún M es S Ningún S es P	Algún P es M Todo M es S Algún S es P	Ningún P es M Todo M es S Algún S no es P	Ningún P es M Algún M es S Algún S no es P

Las letras consonantes tienen también su significado (el de las vocales es evidente):

- La consonante inicial de cada fórmula indica que el modo ha de ser reducido a uno de los cuatro primeros modos (primera figura), a saber, aquel cuya inicial coincida con la del modo a reducir. Así, los modos que empiezan con B (BAROCO, BOCARDO, BRAMANTIP) se pueden reducir al modo Barbara, de la primera. Los modos que empiezan con C (CESARE, CAMESTRE, CAMENES) son reductibles al modo Celarent de la primera. Y así sucesivamente.
- La S que aparezca inmediatamente a continuación de una vocal indicará que la proposición correspondiente ha de ser convertida por conversión simple en el curso de la reducción.
- • Cuando sea P la letra que figure en tal posición, la proposición en cuestión habrá de convertirse parcialmente o per accidens.

- Una M entre las dos primeras vocales de la fórmula sirve para indicar que las premisas habrán de trasponerse.
- Finalmente, la C tras una de las dos primeras vocales indicará que la premisa de que se trata ha de ser reemplazada por su negación en orden a facilitar la reducción per impossibile del modo.

EJERCICIO 16

1. Escriba un ejemplo de cada una de las siguientes formas de silogismo:

- i) BARBARA
- ii) CELARENT
- iii) DARII
- iv) FERIO

2. Escriba un ejemplo de cada una de las siguientes formas de silogismo:

- i) CESARE
- ii) CAMESTRE
- iii) DARAPTI
- iv) FELAPTON
- v) BRAMANTIP
- vi) CAMENES

17. Las falacias

Una **falacia** es un error de razonamiento. De la manera en que los lógicos usan el término, no designa cualquier error o idea falsa, sino errores típicos que surgen frecuentemente en el discurso ordinario y que tornan inválidos los argumentos en los cuales aparecen.

Un razonamiento que contiene una falacia se denomina *falaz* y se considera erróneo. La presencia de una falacia lógica en un razonamiento no implica necesariamente nada acerca de la veracidad de las premisas o de su conclusión: ambos pueden ser ciertos, pero el razonamiento no es válido porque la conclusión no se deriva de las premisas usando los principios de inferencia presentados.

Generalmente, un razonamiento puede contener una falacia lógica incluso si no es puramente lógico. Por ejemplo, un razonamiento que aplica incorrectamente principios de probabilidad o causalidad se puede considerar como lógicamente falaz.

El reconocer falacias en razonamientos prácticos puede ser difícil ya que el discurso está normalmente estructurado siguiendo patrones retóricos que ocultan las conexiones lógicas entre las afirmaciones. Como ilustran los ejemplos, las falacias pueden también aprovechar emociones o debilidades intelectuales o psicológicas en el interlocutor, aunque tener la capacidad de reconocer falacias lógicas en razonamientos puede disminuir la probabilidad de que esto ocurra.

Un argumento, cualquiera que sea el tópico a que se refiera, por regla general trata de establecer la verdad de su conclusión. Sin embargo, los argumentos pueden fallar en el intento de sentar la verdad de las siguientes maneras:

1. Suponiendo alguna proposición falsa como premisa del argumento,
2. Que las premisas planteadas no impliquen la conclusión a la que se ha llegado.

Ejemplos de razonamientos falaces

Se ilustran errores comunes en un razonamiento. Cabe destacar que la crítica de un razonamiento no tiene relación con la validez de su conclusión. La conclusión puede ser válida, mientras que el razonamiento en sí mismo puede no serlo.

Ejemplo 1

1. Algunos vertebrados son mamíferos.
2. Algunos vertebrados son aves.
3. Por tanto, algunos vertebrados son al mismo tiempo mamíferos y aves.

Esto es falaz. De hecho, no existe ningún principio lógico que lo afirme.

La mejor forma de mostrar que la inferencia anterior no es válida es usar diagramas de Venn. En terminología lógica, la inferencia no es válida ya que al menos ante una interpretación de los predicados no preserva su validez.

Desafortunadamente, pocos razonamientos falaces son tan claros como el ejemplo anterior. Muchos de ellos involucran causalidad, que no es una parte de la lógica formal. Otras utilizan estrategias psicológicas como el uso de relaciones de poder entre el orador y el interlocutor, llamamientos al patriotismo, la moralidad o el ego para establecer las premisas intermedias, explícitas o implícitas, necesarias para el razonamiento. De hecho, las falacias se encuentran muy a menudo en presunciones no formuladas o premisas implícitas que no son siempre obvias a primera vista.

Ejemplo 2

1. La pena de muerte implica matar a un ser humano.
2. Matar a un ser humano es inmoral.
3. Por tanto, la pena de muerte es inmoral.

Este razonamiento pretende probar que la pena de muerte es inmoral. En concreto, toma la forma de un silogismo categórico. Todos los razonamientos tienen que tener tanto unas premisas como una conclusión. En este caso, tenemos que preguntarnos cuáles son las premisas, esto es, el conjunto de suposiciones que la persona que propone el razonamiento puede esperar que acepte su interlocutor. La primera suposición es casi cierta por definición: la pena de muerte implica la muerte de una persona condenada a través de un proceso judicial. La segunda suposición tiene un significado menos claro y podría significar, por ejemplo, cualquiera de estas opciones:

- Todos los actos que impliquen la muerte de un ser humano son inmorales.
- La mayoría de los actos que impliquen la muerte de un ser humano son inmorales.
- Todos los actos que impliquen la muerte de un ser humano son inmorales, excepto aquellos que se lleven a cabo con algún propósito legítimo, como disuadir de la comisión de delitos graves.
- Algunos actos que impliquen la muerte de un ser humano son inmorales.

Para que el razonamiento sea válido, el interlocutor debe aceptar que todos los actos que impliquen la muerte de un ser humano son inmorales (la primera opción). Sin embargo, si el interlocutor cree que algunos actos que impliquen la muerte de un ser humano no son inmorales, como por ejemplo los que se produzcan en defensa propia o en el contexto de una guerra legítima, desde el punto de vista de ese interlocutor este razonamiento es falaz. En el primer caso, el interlocutor concede en la práctica el argumento, mientras que en el segundo pide que se demuestre la premisa, que es más general, y por ello probablemente más difícil de demostrar. ¿Qué puede agregar usted al respecto? Explique.

Ejemplo 3

1. Federer es un buen jugador de tenis.
2. Por tanto, Federer es “bueno”, esto es, bueno moralmente.

Aquí el problema se encuentra en que la palabra “bueno” es una palabra ambigua, lo que quiere decir que tiene diferentes significados. En la premisa, se afirma que Federer es bueno en una actividad particular, en este caso tenis. En la conclusión, se afirma que Federer es bueno moralmente. Estos son claramente significados distintos de la palabra “bueno”. Aunque la premisa sea cierta, la conclusión puede ser falsa: Federer puede ser el mejor jugador de tenis del mundo y al mismo tiempo ser malvado o egoísta.

Ejemplo 4

Una variante humorística de la falacia de la ambigüedad:

1. Nada es mejor que la felicidad eterna.
2. Una pupusa¹ es mejor que nada.
3. Por tanto, una pupusa es mejor que la felicidad eterna.

Este razonamiento tiene la apariencia de una inferencia que aplica transitividad en la relación «es mejor que», que en principio es posible. En este caso, es un ejemplo de ambigüedad sintáctica. La primera premisa semánticamente no implica ningún atributo del sujeto, como haría en la afirmación:

- Una pupusa es mejor que la felicidad eterna.

De hecho, es semánticamente equivalente a la cuantificación universal:

¹ Comida típica salvadoreña, tortilla de maíz o arroz rellena de queso, frijoles, chicharrón, entre otros. Se acompaña con curtido y salsa de tomate picante.

- No existe ninguna cosa en el universo que sea mejor que la felicidad eterna.

Así que si se instancia este hecho con una pupusa, lógicamente se obtiene:

- No existe ninguna pupusa en el universo que sea mejor que la felicidad eterna.

La segunda premisa no introduce nada en el razonamiento. Su significado es equivalente a:

- Tener una pupusa es mejor que no tener ninguna cosa.

Ejemplo 5

Ejemplos cotidianos:

1. Si un objeto es de oro, brilla.
2. Este trofeo brilla.
3. Este trofeo es de oro.

¿Qué piensas al respecto?

Falacias en los medios de comunicación y la política

Las falacias se usan frecuentemente en artículos de opinión en los medios de comunicación y en política. Cuando un político le dice a otro “No tienes la autoridad moral para decir tal cosa”, puede estar queriendo decir dos cosas:

- Usar un ejemplo de la **falacia del ataque personal** o *Argumentum ad hominem*, esto es, afirmar que tal cosa es falsa, atacando a la persona que la afirmó, en lugar de preocuparse de la veracidad de tal cosa.

- No ocuparse de la validez de tal cosa, sino hacer un crítica moral al interlocutor, y de hecho es posible que el político esté de acuerdo con la afirmación. En este último caso, la falacia no existe, sino sólo una opinión personal sobre la moralidad del otro.

Es difícil, por ello, distinguir falacias lógicas, ya que dependen del contexto.

Otro ejemplo, muy extendido, es el recurso al *Argumentum ad verecundiam* o **falacia de la autoridad**. Un ejemplo clásico es el *Ipse dixit* o él mismo lo dijo, utilizado a lo largo de la edad media para referirse a Aristóteles. Un ejemplo más moderno es el uso de famosos en anuncios: un producto que deberías comprar, usar, apoyar, sólo porque tu famoso favorito lo hace. Una referencia a una autoridad siempre es una falacia lógica, aunque puede ser un argumento racional si, por ejemplo, es una referencia a un experto en el área mencionada. En este caso, este experto debe reconocerse como tal y ambas partes deben estar de acuerdo que su testimonio es adecuado a las circunstancias. Esta forma de argumentación es común en ambientes legales.

Otra falacia muy usada en entornos políticos es el *Argumentum ad populum*, también llamado **sofisma populista**. Esta falacia es una variedad de la falacia ad *verecundiam*: consiste en atribuir la opinión propia a la opinión de la mayoría y deducir de ahí que si la mayoría piensa eso es que debe ser cierto. En cualquier caso muchas veces la propia premisa de que la mayoría piense eso puede ser falsa o cuanto menos dudosa ya que, en muchos casos, dicha afirmación no puede ser probada más que con algún tipo de encuesta que no se ha realizado. En caso de ser cierto tampoco se justifica el razonamiento porque la mayoría piense eso. Se basa en la falsa intuición de que el pueblo tiene autoridad, *tanta gente no puede estar equivocada*. Se suele oír con frases del tipo *todo el mundo sabe que...* o... *que es lo que esta sociedad desea*, así como *la mayoría de los salvadoreños sabe que...*

Por definición, razonamientos que contienen falacias lógicas no son válidos, pero muchas veces pueden ser formulados o reformulados de modo que cumplan un modo de razonamiento válido. El desafío del interlocutor es encontrar la premisa falsa, esto es, aquella que hace que la conclusión no sea firme. La siguiente lista contiene algunos tipos de falacias:

- ***Argumentum ad hominem***

Un argumento **ad hominem** o **argumentum ad hominem** en latín, “dirigido al hombre”, es una falacia lógica que implica responder a un argumento o a una afirmación refiriéndose a la persona que lo formula, en lugar de al argumento por sí mismo. Un argumento ad hominem y por tanto, falaz, tiene la siguiente estructura:

1. A afirma *B*;
2. Hay algo cuestionable acerca de A,
3. Por tanto, *B* es falso.

Los argumentos positivos acerca de la persona se describen en *recurso a la autoridad*.

Ad hominem es una de las falacias lógicas más conocidas. Tanto la falacia en sí misma como la acusación de haberse servido de ella se utilizan como recursos en discursos reales. Como una técnica retórica, es poderosa y se usa a menudo, a pesar de su falta de sutileza, para convencer a quienes se mueven más por sentimientos y por costumbres acomodaticias que por razones lógicas.

Uso: Una falacia *ad hominem* consiste en afirmar que un argumento de alguien es erróneo *sólo* por algo acerca de la persona, no en el argumento en sí. El mero hecho de insultar a una persona dentro de un discurso —de otro modo racional— no constituye necesariamente una falacia ad hominem. Debe quedar claro que el propósito del ataque sea desacreditar a la persona que está ofreciendo el argumento y, específicamente, invitar a los demás a no tomar lo que afirma en consideración.

No todos los argumentos *ad hominem* son negativos. Es posible argumentar que algo es cierto por quien lo afirma.

Validez: Ad hominem es falaz cuando se aplica a la deducción, y no a la evidencia (o premisa) de un razonamiento. Puede dudarse de una prueba o rechazarla dependiendo de su origen por razones de credibilidad, pero dudar o rechazar una deducción basándose en su fuente es la falacia ad hominem.

Las premisas que desacrediten a una persona pueden existir en razonamientos válidos, cuando la persona criticada es la única fuente de una prueba usada en uno de sus argumentos.

Subtipos

Se identifican tres variedades tradicionales de la falacia *ad hominem*:

- **ad hominem abusivo,**
- **ad hominem circunstancial, y**
- **ad hominem tu quoque.**

Ad hominem abusivo

Ad hominem abusivo, también llamado *argumentum ad personam*, a menudo consiste en un simple y normalmente inmerecido insulto al oponente, pero también puede implicar la mención de fallos de carácter o acciones discutibles. La razón por la que es falaz es porque, normalmente, los insultos e incluso los defectos del oponente no afectan a la veracidad o al soporte lógico de las afirmaciones del oponente.

*“Usted no puede afirmar que mi acción es inmoral **porque** ha estado en la cárcel”.*

El hecho de que yo haya estado en la cárcel no convierte en morales las acciones de mi interlocutor ni me impide denunciarlas, y ambos hechos carecen de relación entre sí.

“Pedro dice que Miguel es un estafador”.

“¿Pedro? Mira, ese mejor se calla, que yo lo he visto detrás de las niñas del instituto”.

El hecho de que Pedro se sienta atraído por las jovencitas no invalida su argumento de que Miguel sea un estafador, y ambos hechos carecen de relación alguna entre sí.

Ad hominem circunstancial

Ad hominem circunstancial implica mencionar que alguien se encuentra en una circunstancia en la cual está predispuesta a tomar una determinada posición. Esencialmente consiste en atacar la neutralidad del interlocutor. La razón por la que es falaz es porque las predisposiciones del oponente no afectan a la veracidad de sus argumentos desde un punto de vista lógico.

*“Las compañías de tabaco se equivocan cuando dicen que fumar no afecta seriamente a tu salud, **porque** sólo están defendiendo sus negocios multimillonarios.”*

El hecho de que estén defendiendo sus negocios no invalida automáticamente sus afirmaciones, cuya falsedad debe ser demostrada mediante pruebas científicas.

“¿Paco dice que las condiciones de trabajo son peligrosas? ¡Qué va a decir ese, si es un comunista!”

El hecho de que Paco sea comunista, y por lo tanto más predispuesto que la media a denunciar condiciones laborales defectuosas, no invalida su argumento de que un determinado trabajo sea, en efecto, peligroso.

Es importante distinguir entre un razonamiento racional y uno correcto según la lógica. Estos razonamientos no son correctos si se mira estrictamente su lógica.

Ad hominem tu quoque

Ad hominem tu quoque literalmente, “dirigido al hombre, tú también”, puede denominarse también como el argumento de la “hipocresía”. La **hipocresía** es el acto de fingir que se tienen cualidades, ideas y sentimientos que en realidad no se tienen. La palabra proviene del latín tardío *hypocrisis* y del griego *hypokrisis*, que significan *acción de desempeñar un papel*. El ejemplo clásico de un acto hipócrita es criticar a otro por llevar a cabo una acción que uno mismo también lleva a cabo.

Ad hominem tu quoque se produce cuando una afirmación se descarta o porque es inconsistente con otras afirmaciones que ha hecho el interlocutor o porque es inconsistente con sus acciones.

*“Dices que los aviones vuelan por leyes físicas, pero no es cierto **porque** antes decías que lo hacían mediante la magia.”*

“¿Y tú me dices que beber es malo? ¡Si son las ocho de la mañana y ya llevas varios adentro!”

El hecho de que yo esté borracho o sea un alcohólico no invalida, desde un punto de vista estrictamente lógico, mi argumento de que beber alcohol en exceso es malo para la salud.

- **Ad ignorantiam**

Un argumento **ad ignorantiam** o **argumentum ad ignorantiam**, es una falacia lógica que implica afirmar la falsedad de una proposición basándose en la ignorancia existente sobre la proposición discutida. Un argumento ad ignorantiam tiene la siguiente estructura:

1. Se afirma A;
2. No se tienen pruebas para afirmar o refutar A,
3. Por lo tanto, A es falso.

La falacia ad ignorantiam puede darse cuando se trata sobre un objeto sobre el que predomina la ignorancia de la sociedad o de la

ciencia respecto a sus propiedades o cualquier aspecto estudiable de él. Consiste en argumentar que una proposición es falsa porque no hay pruebas que indiquen que es verdadera, cuando lo único que demuestra el hecho de que no haya pruebas que confirmen o no una proposición es que no se puede determinar su verdad o falsedad.

- **Argumentum ad verecundiam**

Un **argumentum ad verecundiam** “argumento dirigido al respeto” en latín, es una falacia lógica y un móvil retórico propio de la *refutatio* del discurso, e implica refutar un argumento o una afirmación de una persona aludiendo al prestigio de la persona opuesta que sustenta el argumento contrario y el descaro del que se atreve a discutirlo, en lugar de considerar al argumento por sí mismo. Como tal es lo que vulgarmente se denomina una **descalificación**, ya que pretende menguar la categoría de un argumento mediante la apelación a la escasa formación o prestigio de quien lo sostiene en comparación con el de su oponente. Puede considerarse una variante del *argumentum ad hominem* o argumento contra las características de una persona y no de un asunto. Un argumento ad verecundiam y por tanto, falaz, tiene esta estructura:

1. A afirma B ;
2. A goza de un prestigio o credibilidad por encima del que lo contradice,
3. Por tanto, B es cierto.

Como una técnica retórica, es poderosa con quienes se convencen con sentimientos en vez de con razones y por ello se usa a menudo, a pesar de su falta de sutileza, cuando se trata de apelar a masas poco instruidas. Es muy parecido al argumento de autoridad o *magister dixit*, que insiste más en el prestigio y valer de la persona que sustenta una opinión en vez de en el descaro o desvergüenza del oponente.

Uso: Una falacia ad verecundiam consiste en afirmar que un argumento de alguien es cierto *sólo* por alguna característica del

proponente en lugar atender al argumento por sí mismo. Simplemente alabar o reconocer a una persona dentro de un discurso de otro modo racional no constituye necesariamente una falacia *ad verecundiam*. Debe quedar claro que el propósito del discurso es acreditar el argumento por las características de quien lo afirma, sin tener en cuenta las pruebas a favor o en contra.

Validez: *Ad hominem* es falaz cuando se aplica a la deducción, y no a la evidencia o premisa de un razonamiento. Puede aceptarse una prueba dependiendo de su origen por razones de credibilidad, pero aceptar una deducción basándose únicamente en su fuente es la falacia *ad verecundiam*.

Las premisas que alaben a una persona pueden existir en razonamientos válidos, aunque la persona alabada sea la única fuente de una prueba usada en uno de sus argumentos.

Ejemplos

Ejemplo falaz	Ejemplo no falaz
"Pero tiene que ser verdad. Lo ha dicho la tele"	"La mecánica cuántica tiene que ser un error. Lo dice Einstein"
Que un argumento haya sido difundido por un medio muy aceptado socialmente como es la televisión no dice un ápice sobre su veracidad.	Este argumento habría sido válido en la época en que Albert Einstein hizo tales afirmaciones, pues Einstein era un experto de enorme y justificado crédito en tales materias y había elaborado un firme aparato teórico que excluía la posibilidad de la mecánica cuántica. No obstante todo ello, la ciencia actual ha demostrado que Einstein estaba equivocado. Pero el recurso a su autoridad como científico en ese momento dado habría sido adecuado y no falaz por sí mismo.

- **Argumentum ad populum**

Un argumento **ad populum** o **argumentum ad populum** en Latín significa “dirigido al pueblo”, es una falacia lógica que implica responder a un argumento o a una afirmación refiriéndose a la supuesta opinión que de ello tiene la gente en general, en lugar de al argumento por sí mismo. Un argumento ad populum y por tanto, falaz tiene esta estructura:

1. A afirma B ;
2. Se dice que la mayoría de la gente dice B
3. Por tanto, B es cierto.

Ad populum es una falacia lógica también conocida como **sofisma populista** debido a que suele usarse en discursos más o menos populistas. Es de uso habitual en los argumentos de las discusiones cotidianas. También se utiliza algo en política y en los medios de comunicación aunque no es tan poderosa como el argumentum ad hominem. Suele adquirir mayor firmeza cuando va acompañada de un sondeo o encuesta que respalda la afirmación falaz. A pesar de todo, es bastante sutil y para oídos poco acostumbrados puede pasar inadvertida.

Uso: Esta falacia es una variedad de la falacia *ad verecundiam* con la diferencia de que en vez de atribuir la autoridad en una persona o un reducido grupo de eminencias en este caso se atribuye autoridad a todo un pueblo. Mediante un ardid argumental uno puede apoyar su afirmación afirmando que es la opinión de la mayoría.

Validez: Existen dos grados de falacia ad populum con mayor y menor consistencia. Se puede afirmar sin pruebas que lo confirmen que la opinión mayoritaria de la gente es llegar a cierto nivel. En ese caso la falacia es doble, se afirma una premisa que se desconoce y encima se le da autoridad a esa dudosa opinión mayoritaria. Pero puede ocurrir que se haya hecho algún tipo de consulta popular que permita conocer esa opinión. Aun suponiendo que la consulta se haya hecho

correctamente y que la opinión esté bien reflejada en los resultados este argumento sigue siendo falaz. Nada justifica un razonamiento solo porque la mayoría piense lo mismo. Este pensamiento se basa en la intuición de que la opinión general tiene autoridad porque *tanta gente no puede estar equivocada*.

Se suele oír en frases del tipo *todos los países de la región lo hacen...* o *...esto es lo que la gente honrada quiere...* así como *la mayoría de los salvadoreños saben que... La gente quiere...*

Ejemplos típicos

La gente quiere ver telenovelas así qué es lícito poner telenovelas.

¿Se le ha preguntado bien a la gente qué es lo que quiere ver? ¿A la gente le ponen lo que quiere o ve lo que le ponen?

Esta película tiene que ser buena porque la ha visto mucha gente.

¿Se sabe a cuántos de los que la vieron les gustó? Y aunque a todos les gustara, eso expresa una preferencia, pero no una verdad. A muchos les puede gustar la comida rápida y ningún médico dirá que eso es motivo para decir que tal comida es sana.

Subtipos

Hay un tipo de argumentos *ad populum* muy usados para reafirmar el inmovilismo o una tendencia conservadora. Hay dos variantes particulares muy usadas.

Apelación a la tradición: *Siempre se ha hecho así*

Apelación a la práctica común: *Todo el mundo hace lo mismo*

Un ejemplo sobre esto sería:

Esta ley no es buena porque ningún país del mundo tiene nada igual.

Es obvio que tal razonamiento es inmovilista ya que para que haya innovaciones siempre alguien ha de ser el primero.

- **Argumentum ad consequentiam**

Un argumento **ad consequentiam** o **argumentum ad consequentiam**, en Latín, significa “dirigido a las consecuencias”, es una falacia lógica que implica responder a un argumento o a una afirmación refiriéndose a las posibles consecuencias negativas del mismo. Tiene la estructura:

1. *A* afirma *B*;
2. *B* tiene una consecuencia *C*, considerada negativa,
3. Por tanto, *B* es falso.

Uso

Una falacia *ad consequentiam* consiste en afirmar que un argumento de alguien es erróneo *sólo* porque las consecuencias indirectas reales o intuitivas del mismo se consideren negativas o inaceptables.

No todos los argumentos *ad consequentiam* son negativos. Es posible argumentar que algo es cierto por tener consecuencias consideradas positivas.

Validez

Ad consequentiam es falaz cuando se aplica a la deducción sobre las consecuencias, y no a la evidencia o premisa de un razonamiento.

Ejemplos

“¿Dices que el Universo no se creó en siete días? ¡Pero eso destruiría la credibilidad de la Biblia!”.

Podría haber ocurrido que los avances en la ciencia cosmogónica hubieran destruido, en efecto, la credibilidad de la Biblia; no obstante ello, la veracidad del argumento “el Universo no se creó en siete días” no resulta afectada por tal posibilidad.

“Tiene que haber algo después de la muerte. Si no, la vida no tiene sentido”.

El hecho de que la vida pudiera perder sentido si no hay nada después de la muerte, no invalida por sí mismo este argumento.

“¿Que Carlos es homosexual? No, eso no puede ser, mataría a su papá”.

Que el papá de Carlos pudiera tomarse muy a mal la homosexualidad de su hijo no invalida en absoluto la afirmación de que Carlos sea, en efecto, homosexual.

“No, no puede ser que el Presidente esté implicado en eso. Perderíamos las elecciones”.

El hecho de que la implicación del Presidente en algún asunto turbio pudiera suponer efectivamente perder las elecciones, no invalida la afirmación de que lo está.

- **Falacia ecológica**

La **falacia ecológica** es un tipo de error en la interpretación de datos estadísticos, en el que se infiere la naturaleza de los individuos a partir de las estadísticas agregadas del grupo al que dichos individuos pertenecen. Esta falacia da por supuesto que todos los miembros de un grupo muestran las mismas características del grupo. Los estereotipos son un tipo de falacia ecológica.

Ejemplo

Pongamos que la renta per cápita en El Salvador sea superior a la renta per cápita en Nicaragua. Dar por supuesto que cualquier

salvadoreño elegido al azar tendrá una renta mayor que cualquier nicaragüense elegido al azar es un ejemplo de **falacia ecológica**, ya que la renta per cápita es un promedio y con sólo ese dato no sabemos cual es la distribución de la renta entre los individuos en cada país.

Para entenderlo mejor: Un caso extremo sería que un solo individuo salvadoreño tuviera de renta 100.000,000.000,000 dólares y el resto de los salvadoreños 1 dólar cada uno, mientras que todos los nicaragüenses tienen de renta 2 dólares. Cualquiera de los nicaragüenses tiene una renta superior a todos los salvadoreños excepto a uno, en cambio la renta per cápita salvadoreña sería más alta. Consecuentemente, conociendo la media, que es una característica del grupo, no podemos inferir características de los individuos.

- **Petición de principio (petitio principii)**

La **petición de principio**, o **petitio principii** es una falacia que ocurre cuando la proposición a ser probada se incluye implícita o explícitamente entre las premisas. Como concepto en la lógica la primera definición de esta falacia conocida en occidente fue acuñada por el filósofo griego Aristóteles, en su obra Primeros analíticos.

Este término no se suele aplicar a la falacia más general que resulta cuando la evidencia dada para una proposición necesita tanta prueba como la proposición misma. El término más usado para una argumentación semejante es el de falacia de las muchas preguntas.

Un ejemplo

Veamos un intento de probar que Pedro dice la verdad:

- Supongamos que Pedro cuando habla no miente.
- Pedro está hablando.
- Por lo tanto, Pedro está diciendo la verdad.

Todas estas proposiciones son lógicas, pero no lo convencen a uno de la veracidad de su autor. El problema aquí es que el autor, buscando

probar la veracidad de Pedro, le pide a su audiencia que asuma que Pedro dice la verdad, de modo que lo que termina probando es que “si Pedro no miente, entonces dice la verdad”.

Es importante notar que las premisas son verdaderas, y que la conclusión se sigue de las premisas, ya que de algún modo es idéntica a éstas. Todas las argumentaciones circulares tienen esta propiedad: que la proposición a ser probada se asume en algún punto anterior. Por esta razón esta falacia fue clasificada como una falacia material, en vez de como una falacia lógica por Aristóteles.

- **Post hoc ergo propter hoc**

Post hoc ergo propter hoc es una expresión latina que significa **después de esto, luego a consecuencia de esto**. A veces se acorta por **post hoc**. Post hoc es también llamado **correlación coincidente** o **causa falsa**, es un tipo de falacia que afirma o asume que si un acontecimiento sucede después de otro, el segundo es consecuencia del primero. Este es un error particularmente tentador, porque la secuencia temporal es algo integral a la causalidad, es verdad que una causa se produce antes de un efecto. La falacia viene de sacar una conclusión basándose sólo en el orden de los acontecimientos, lo cual no es un indicador fiable. Es decir, no siempre es verdad que el primer acontecimiento produjo el segundo acontecimiento. Post hoc es un ejemplo de la falacia de afirmación de la consecuencia. Puede expresarse así:

- El acontecimiento A sucedió antes que el acontecimiento B.
- Luego, A debe haber causado B.

Ejemplo:

1. El gallo siempre canta antes de la salida del sol.
2. Luego, el canto del gallo provoca que salga el sol.

Otro ejemplo:

1. La venta de helado aumenta mucho en el mes junio.
2. Los accidentes de tráfico aumentan mucho el mes de julio.

3. Luego, el que la gente coma más helado provoca que los coches tengan más accidentes.

Esta línea de razonamiento es la base para muchas creencias supersticiosas y de pensamiento mágico.

Post hoc se relaciona también con la falacia de **correlación implica causalidad**.

- **La falacia de las muchas preguntas**

La **falacia de las muchas preguntas**, también llamada **pregunta compleja** o *plurium interrogationum*, ocurre cuando alguien hace una pregunta que presupone algo que no ha sido probado o aceptado por todas las personas implicadas. Por ejemplo, la afirmación de que andar solo en el bosque por la noche puede ser peligroso porque las hadas pueden embrujar a los caminantes despistados, presupone que las hadas existen.

Frecuentemente, esta falacia se usa retóricamente. Un ejemplo de esto es la pregunta: *¿Todavía golpeas a tu esposa?* Una respuesta de *sí* o *no* significará que la persona ha pegado a su esposa en un momento anterior. Este hecho ya está *supuesto* en la pregunta, y si no se ha contado antes entre los interlocutores, la pregunta es impropia: se ha incurrido en la falacia de las muchas preguntas.

REGLAS PARA EVITAR FALACIAS	
REGLA 1	Debe contener tres términos, los que deben usarse sin ambigüedad
REGLA 2	El término medio debe estar distribuido en una de las premisas, por lo menos
REGLA 3	En la conclusión no puede haber ningún término distribuido que no aparezca en las premisas
REGLA 4	Las premisas no deben ser ambas negativas

REGLA 5	Si una de las premisas es negativa, la conclusión también debe serlo
REGLA 6	Si la conclusión es particular, las dos premisas no pueden ser universales

EJERCICIO 17

1. Busque en periódicos, revistas, Internet, etc. Ejemplos de cada una de las siguientes falacias y haga un álbum con ellos:

- i) Argumentum ad hominem
- ii) Ad hominem abusivo
- iii) Ad hominem circunstancial
- iv) Ad hominem tu quoque
- v) Ad ignorantiam
- vi) Argumentum ad verecundiam
- vii) Argumentum ad populum
 - Apelación a la tradición
 - Apelación a la práctica común
- viii) Argumentum ad consequentiam
- ix) Falacia ecológica
- x) Petitio principii
- xi) Post hoc ergo propter hoc
- xii) La falacia de las muchas preguntas

2. Escribe al menos un ejemplo de falacias que has experimentado en cada uno de los siguientes círculos sociales o circunstancias:

- i) Con tu familia,
- ii) Tus compañeros y compañeras de clase,
- iii) Con tus amigos y amigas,
- iv) En tu trabajo,
- v) Viendo la televisión

Luego clasifícalos y discútelos en clase, ¿cuáles son los más frecuentemente experimentados?

18. Lógica simbólica

Lógica simbólica o **lógica matemática** es una disciplina de las matemáticas que estudia los sistemas formales, así como conceptos tales como demostración matemática y computación; todo ello como parte de los fundamentos de las matemáticas. Comprende aquellas partes de la lógica que pueden ser modeladas matemáticamente. Lógica simbólica fue una de las primeras denominaciones, surgida como distinción a lógica filosófica; también denominada a veces *metamatemática*.

Historia: *Lógica Matemática* fue el nombre dado por Giuseppe Peano para esta disciplina. En esencia, es la lógica de Aristóteles, pero desde un punto de vista de una nueva notación, más abstracta, tomada del álgebra.

Previamente ya se hicieron algunos intentos de tratar las operaciones lógicas formales de una manera simbólica por parte de algunos filósofos matemáticos, tales como Leibniz y Lambert; pero su labor permaneció desconocida y aislada.

Fueron George Boole y Augustus De Morgan, a mediados del siglo XIX, quienes primero presentaron un sistema matemático para modelar operaciones lógicas. La lógica tradicional aristotélica fue reformada y completada, obteniendo un instrumento apropiado para investigar sobre los fundamentos de las matemáticas.

El tradicional desarrollo de la lógica enfatizaba su centro de interés en la forma de argumentar, mientras que la actual lógica matemática lo centra en un estudio combinatorio de los contenidos. Esto se aplica tanto a un nivel *sintáctico* como a un nivel *semántico*, construyendo modelos apropiados.

Algunos autores importantes han sido Gottlob Frege, Charles Peirce, Bertrand Russell, Alfred North Whitehead (con Principia Mathematica), y el muy importante Kurt Gödel con su teorema de incompletitud.

Tópicos de la lógica matemática

Las principales áreas de la lógica matemática incluyen:

1. Teoría de modelos,
2. Teoría de pruebas,
3. Teoría de la computabilidad,
4. Teoría de conjuntos.

En algunos casos hay conjunción de intereses con la Informática teórica, pues muchos pioneros de la informática, como Alan Turing, fueron matemáticos y lógicos. Así, el estudio de la semántica de los lenguajes de programación procede de la teoría de modelos, así como también la verificación de programas, y el caso particular de la técnica del model checking.

También el isomorfismo de Curry-Howard entre pruebas y programas se corresponde con la teoría de pruebas, donde la lógica intuicionista y la lógica lineal son especialmente significativas.

Algunos sistemas lógicos como el cálculo lambda, y la lógica combinatoria entre otras han devenido, incluso, en auténticos lenguajes de programación, creando nuevos paradigmas como son la programación funcional y la programación lógica.

Lógica proposicional **Proposiciones**

Formalmente hablando, se define una proposición como un enunciado declarativo que puede ser verdadero o falso, pero no ambos a la vez. Las proposiciones se representan mediante variables proposicionales simbolizadas mediante letras. Con la combinación de variables proposicionales y conjunciones se obtienen fórmulas sentenciales o sentencias. Estas pueden ser:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1. Tautología: es la proposición que es verdadera.2. Contradicción: es la proposición que es falsa.3. Contingencia: es la proposición que ni es verdadera ni falsa. |
|---|

Una **proposición** (o enunciado) se define como una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas de manera simultánea.

Ejemplos de proposiciones son:

- La radio proporciona un medio de comunicación.
- $3 + x = x + 3$
- $1 + 1 = 3$
- La matemática es fácil.

Cada una es verdadera o falsa.

Ahora, basados en la definición de proposición, las siguientes expresiones no son proposiciones:

- Pinta la pared.
- ¿Cómo se escribe alivio?
- Zidane es mejor futbolista que Ronaldinho
- Esta frase es falsa

No pueden identificarse como verdaderas o falsas ya que:

La primera es una orden.

La segunda una pregunta.

La tercera es una opinión.

La cuarta es una paradoja, si suponemos que es verdadera, entonces es falsa, y si suponemos que es falsa, entonces es verdadera.

PROPOSICIÓN COMPUESTA

Una **proposición compuesta** puede formarse por la combinación de dos o más proposiciones. Las proposiciones que conforman una proposición compuesta reciben el nombre de **componentes de la proposición**.

Para la formación de proposiciones compuestas pueden usarse varios **conectivos lógicos**, o simplemente **conectivos**.

Algunos ejemplos de conectivos son: **y, o, no, si...entonces**.

NEGACIONES

La oración “Jorge González tiene un automóvil rojo” es una proposición; la **negación** de esta proposición es “Jorge González no tiene un automóvil rojo”.

La negación de una proposición verdadera es falsa, y la **negación** de una proposición falsa es verdadera.

EJERCICIO 18

1. Determine cuales de las siguientes oraciones son proposiciones:

- i) El 29 de marzo de 1961 fue miércoles.
- ii) Pase un buen día.
- iii) Apague las luces al salir del salón.
- iv) $10^0 + 3^2 = 10$
- v) El 2000 fue un buen año.
- vi) Todos los números son positivos.
- vii) Las pupusas son más ricas que las hamburguesas.
- viii) Escuche lo que digo.
- ix) ¿Cuánto te costo el pantalón?
- x) El catedrático es simpático.
- xi) $1 + 1 = 3$
- xii) La lógica es fácil.

2. Determine cuáles de las siguientes oraciones con proposiciones son compuestas:

- i) Yo leo periódicos y cuentos.
- ii) Al llegar a casa estudio o veo televisión.
- iii) Si juega en el Águila entonces es buen futbolista.

iv) $5 + 3 \neq 9$

v) Mañana es viernes.

vi) Cada cabeza es un mundo.

3. Escriba la negación de cada una de las proposiciones siguientes:

i) Ayer fue lunes.

ii) Hoy no llovió en San Salvador.

iii) Algunos libros son menos extensos que este libro.

iv) Todos los estudiantes presentes tendrán una nueva oportunidad.

v) Ningún técnico en computación puede jugar ajedrez.

vi) A nadie le gusta la basura.

19. Lenguaje proposicional

Sintaxis: El primer paso en el estudio de un lenguaje es definir los símbolos básicos que lo constituyen y cómo se combinan para formar proposiciones. Está constituido por:

- Símbolos de veracidad: V para verdadero y F para falso.
- Símbolos de variables: $p, q, r, s, \dots$
- Símbolos de conectivas: $\neg, \wedge, \vee, XOR, \rightarrow, \leftrightarrow$, entre otros.
- Símbolos de puntuación: $(,)$, para evitar ambigüedades.

Reglas de formación: Las clases de proposiciones bien formadas se definen por reglas puramente sintácticas, llamadas reglas de formación, y que son:

- Una variable proposicional es una proposición bien formada.
- Una proposición bien formada precedida de la negación es una sentencia bien formada.
- Dos proposiciones bien formadas unidas por una de las partículas conectivas binarias constituye una sentencia bien formada.
- Se pueden omitir los paréntesis que encierran una proposición completa.
- El estilo tipográfico de los paréntesis se puede variar para hacerlos más evidentes usando corchetes y llaves.
- A las conjunciones y disyunciones se les puede permitir tener más de dos argumentos.

Conectivas: Las conectivas se dividen por su aplicación en:

- Singulares: se aplican a una única proposición.
- Binarias: se aplican a dos proposiciones.

Por su definición, también se pueden dividir en:

- Primitivas: las variables proposicionales, los paréntesis y las conectivas $\neg$ y $\vee$.
- Definidas: las conectivas $\wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$, y XOR .

Tablas de verdad

La tabla de verdad de una sentencia es una tabla en la que se presentan todas las posibles interpretaciones de las variables proposicionales que constituyen la sentencia y el valor de verdad de la sentencia para cada interpretación.

- **Negación ($\neg$ ó $\sim$)**

Consiste en cambiar el valor de verdad de una variable proposicional.

Tabla de Verdad para la Negación <i>no p</i>	
p	$\sim p$ ó $\neg p$
V	F
F	V

- **Disyunción ($\vee$)**

La sentencia será verdadera cuando una o ambas variables proposicionales sean verdaderas.

Tabla de Verdad para la Disyunción <i>p o q</i>		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- **Conjunción ($\wedge$)**

Es una conectiva que puede definirse como la composición:

$$p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$$

La proposición será verdadera sólo cuando ambas variables proposicionales sean verdaderas.

Tabla de Verdad para la Conjunción p y q		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- **Condicional ($\rightarrow$)**

Es una conectiva definida por:

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

La sentencia será verdadera cuando se cumpla si es válido p entonces lo es q .

Tabla de Verdad para el Condicional p entonces q		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- **Bicondicional ($\leftrightarrow$, si y sólo si)**

Es una conectiva definida por:

$$p \leftrightarrow q = ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$

La proposición será verdadera cuando ambas variables proposicionales sean iguales.

Tabla de Verdad para el Bicondicional <i>p si y sólo si q</i>		
<i>p</i>	<i>q</i>	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- **Disyunción exclusiva (XOR)**

Es una conectiva definida por:

$$p \text{ XOR } q = \neg(p \leftrightarrow q)$$

La sentencia será verdadera sólo cuando una de las dos variables proposicionales sea verdadera.

Tabla de Verdad para la Disyunción Exclusiva <i>p o de manera excluyente q</i>		
<i>p</i>	<i>q</i>	$p \text{ XOR } q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EJERCICIO 19

1. Represente con p a la proposición “Ella tiene ojos café” y con q a “Él tiene 29 años de edad”. Escriba cada una de las siguientes proposiciones en palabras:

i) $\sim p$

ii) $\sim q$

iii) $p \wedge q$

iv) $p \vee q$

v) $\neg p \vee q$

vi) $p \wedge \neg q$

vii) $\neg p \vee \neg q$

viii) $\neg p \wedge \neg q$

ix) $\neg(\neg p \wedge q)$

x) $\neg(p \wedge \neg q)$

20. Axiomas y reglas

Los axiomas para el cálculo proposicional son:

1. $(p \vee p) \rightarrow p$
2. $q \rightarrow (p \vee q)$
3. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
4. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

A partir de estos axiomas y aplicando las dos reglas de transformación siguientes se puede demostrar cualquier teorema:

- **Regla de sustitución:** el resultado de reemplazar cualquier variable en un teorema por una sentencia bien formada es un teorema.
- **Regla de separación:** si S y $(S \rightarrow R)$ son teoremas, entonces R es un teorema.

Relativo a un criterio de validación, un sistema axiomático debe cumplir las siguientes propiedades:

- **Debe ser lógico o razonable:** en el sentido de que todo teorema es una tautología.
- **Completo:** toda sentencia bien formada válida es un teorema y se debe poder demostrar a partir de los axiomas.
- **Consistente:** no se pueden demostrar como teoremas, sentencias bien formadas que no sean tautologías.
- **Deben ser independientes:** ningún axioma debe ser derivable a partir de los otros.

Debido a que los computadores trabajan con información binaria, la herramienta matemática adecuada para el análisis y diseño de su funcionamiento es el Álgebra de Boole. El Álgebra de Boole fue desarrollada inicialmente para el estudio de la lógica. Ha sido a partir de 1938, fecha en que Claude Shannon publicó un libro llamado “Análisis simbólico de circuitos con relés”, estableciendo los primeros conceptos de la actual teoría de la conmutación, cuando se ha producido un aumento considerable en el número de trabajos de aplicación del Álgebra de Boole a los computadores digitales. Actualmente esta herramienta resulta fundamental para el desarrollo de los computadores ya que, con su ayuda, el análisis y síntesis de combinaciones complejas de circuitos lógicos puede realizarse con rapidez.

Lógica de predicados

Lenguajes y estructuras de primer orden

Un lenguaje de primer orden $\mathcal{L}$ es una colección de distintos símbolos clasificados como sigue:

1. El **símbolo de igualdad** $=$; las **conectivas** $\vee, \neg$; el **cuantificador universal** $\forall$ y el **paréntesis** $(,)$.
2. Un conjunto contable de **símbolos de variable** $\{v_i\}_{i=0}^{\infty}$.
3. Un conjunto de **símbolos de constante** $\{c_{\alpha}\}_{\alpha \in A}$.
4. Un conjunto de **símbolos de función** $\{f_{\beta}\}_{\beta \in B}$.
5. Un conjunto de **símbolos de relación** $\{R_{\gamma}\}_{\gamma \in \tau}$.

Así, para especificar un orden, generalmente sólo hace falta especificar la colección de símbolos constantes, símbolos de función y símbolos relacionales, dado que el primer conjunto de símbolos es estándar. Los paréntesis tienen como único propósito de agrupar símbolos y no forman parte de la estructura de las funciones y relaciones.

Los símbolos carecen de significado por sí solos. Sin embargo, a este lenguaje podemos dotarlo de una semántica apropiada.

Una $\mathcal{L}$ -**estructura** sobre el lenguaje $\mathcal{L}$, es una dupla consistente en un conjunto no vacío A , el universo del discurso, junto a:

1. Para cada símbolo constante c de $\mathcal{L}$, tenemos un elemento $c^u \in A$.
2. Para cada símbolo de función n -aria f de $\mathcal{L}$, una función n -aria $f^u: A^n \rightarrow A$.
3. Para cada símbolo de relación n -aria R de $\mathcal{L}$, una relación n -aria sobre A , esto es, un subconjunto $R^u \subseteq A^n$.

A menudo, usaremos la palabra *modelo* para denotar esta estructura

CUANTIFICADORES

Las palabras **todo**, **cada uno**, **todos y ningunos** se denominan **cuantificadores universales**, mientras que las palabras y frases como *algunos*, *existe* y *(para) al menos uno* se conocen como **cuantificadores existenciales**.

Los cuantificadores son muy usados en matemáticas para indicar *cuántos* casos existen en una situación. Tenga cuidado cuando construya la negación de una proposición que incluya cuantificadores.

La negación de una proposición debe ser falsa si la proposición es verdadera, y debe ser verdadera si la proposición dada es falsa, en todos los casos posibles.

Considere la proposición:

Todas las muchachas en el grupo se llaman María.

Muchas personas escribirían la negación de esta proposición como:

“Ninguna muchacha en el grupo se llama María”, o
 “De todas las muchachas en el grupo, ninguna se llama María”

Pero esto no sería correcto. Para determinar por qué, analicemos los tres grupos a continuación:

GRUPO I	María Chacón	María Leiva	María Henríquez
GRUPO II	María Juárez	Delia Guzmán	Marlene Hernández
GRUPO III	Antonia Cerón	Carmen Cativo	Alba Nóchez

Estos tres grupos tienen todas las posibilidades que se necesitan considerar:

GRUPO I	Todas las muchachas se llaman María
GRUPO II	Algunas muchachas tienen por nombre María (y algunas no)
GRUPO III	Ninguna muchacha se llama María

Veamos la siguiente tabla de verdad en el diagrama que se presenta a continuación y tengan presente que “alguna” significa “al menos una (y posiblemente todas)”.

		GRUPO I	GRUPO II	GRUPO III	
(1)	Todas las muchachas en el grupo se llaman María . (Dado)	V	F	F	 NEGACIÓN
(2)	Ninguna muchacha en el grupo se llama María . (Posible Negación)	F	F	V	
(3)	De todas las muchachas en el grupo, ninguna se llama María . (Posible Negación)	F	F	V	
(4)	Algunas muchachas en el grupo no se llaman María . (Posible Negación)	F	V	V	

La negación de la proposición dada (1) debe tener valores de verdad contrarios en todos los casos.

- Puede verse que las proposiciones (2) y (3) no satisfacen esta condición (para el grupo II), pero la proposición (4) sí la cumple.
- Puede concluirse que la negación correcta para: “Todas las muchachas en el grupo se llaman **María**” es “Algunas muchachas en el grupo se llaman **María**”
- Otras formas de establecer la negación son:
 - o No todas las muchachas en el grupo tienen por nombre **María**
 - o No es el caso que todas las muchachas en el grupo se llamen **María**
 - o Al menos una muchacha en el grupo no se llama **María**

La tabla siguiente puede usarse para generalizar el método de determinar la negación de una proposición que incluya cuantificadores:

Negación de proposiciones con cuantificadores	
Proposición	Negación
Todos cumplen	Algunos no cumplen. No todos cumplen.
Algunos cumplen	Ninguno cumple. Todos no cumplen.

La negación de la negación de una proposición es la proposición misma.

EJERCICIO 20
1. Determine si los cuantificadores que hay en las siguientes oraciones están siendo usados correctamente, ¿qué significan en realidad?:

- i) Promoción en una Cadena de Tiendas X: *"Todos los artículos no están disponibles en todas las tiendas"*.
- ii) En una plática entre amistades: *"ya te dije que yo no sé nada"*.
- iii) *"Todos los salvadoreños quieren emigrar a los Estados Unidos"*.
- iv) Cuando responde a un agradecimiento por un favor hecho: *"No es nada"*.

2. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones con cuantificadores:

- i) Todo número natural es un entero.
- ii) Todo entero es un número cardinal.
- iii) Existe un entero que no es un número natural.
- iv) Existe un entero no positivo que es un no negativo.
- v) π es un número racional.
- vi) Los números primos no son racionales.
- vii) Todas las plantas tienen fotosíntesis.
- viii) Al menos una planta no tiene hojas.
- ix) Todos los estudiantes no aprobaron el examen.
- x) No todos los estudiantes aprobaron el examen.
- xi) Algunos estudiantes no aprobaron el examen.
- xii) Todos los salvadoreños gustan de las pupusas.
- xiii) Ninguna persona le gusta no aprobar.
- xiv) Todas las raíces cúbicas son números reales.
- xv) Todos los polinomios cuadráticos tienen dos raíces.

3. Escribe una proposición con cuantificadores que ha observado que se usa con frecuencia y analice su valor de verdad.

4. Escribe una proposición con cuantificadores que ha observado que se usa con frecuencia y que esté incorrectamente utilizada.

21. Lógica proposicional y silogismos

Estructura de las proposiciones categóricas

S: término sujeto	cópula	P término predicado
----------------------	--------	------------------------

Tipos de proposiciones categóricas

Según su calidad	Afirmativas: se afirma la inclusión de una clase, parcial o totalmente, respecto de otra
	Negativa: se niega la inclusión de una clase, parcial o totalmente, respecto de otra
Según su cantidad	Universal: se refiere a todos los miembros de la clase designada por el sujeto Proposiciones de tipo A: Universal afirmativa: • Todo S es P • P pertenece a todo S Proposiciones de tipo E: Universal negativa: • Ningún S es P • P no pertenece a ningún S.
	Particular: se refiere a algunos de los miembros de la clase designada por el sujeto Proposiciones de tipo I: Particular afirmativa: • Algún S es P • P pertenece a algún S Proposiciones de tipo O: Particular negativa: • Algún S no es P • P no pertenece a algún

Silogismo

- Es un tipo de inferencia mediata.
- Es un razonamiento deductivo en el que se infiere una conclusión a partir de dos premisas.
- Existen silogismos categóricos, hipotéticos, alternativos, disyuntivos, etc.

Silogismo categórico

Es un razonamiento deductivo consistente en **tres proposiciones categóricas** que contienen exactamente **tres términos**, cada uno de los cuales aparecen en dos de las proposiciones constituyentes. Se dice que un silogismo categórico está en forma típica cuando sus premisas y su conclusión son todas proposiciones categóricas y está dispuesta en un orden específico.

Forma típica del silogismo categórico

- La conclusión contiene dos de los tres términos del silogismo:
 - P es el **término mayor** del silogismo.
 - S es el **término menor** silogismo.
- El término mayor y el término menor aparecen en premisas diferentes.
- **Término medio:** es el tercer término, que aparece en ambas premisas, pero no en la conclusión.
- Primero se formula la premisa mayor (la que contiene el término mayor), después la premisa menor (la que contiene el término menor), y finalmente la conclusión.

Modo de un silogismo categórico

- Está determinado por las formas y el orden de las proposiciones categóricas de forma típica que contiene.
- Se representa con tres letras, que designan el tipo de proposición de la premisa mayor, la premisa menor, y la conclusión, respectivamente.

Figura de un silogismo categórico

- La figura designa la posición del término medio en las premisas.
 - **Primera figura:** el término medio es sujeto de la premisa mayor, y predicado de la menor.
 - **Segunda figura:** el término medio es predicado de ambas premisas.
 - **Tercera figura:** el término medio es sujeto de ambas premisas.
 - **Cuarta figura:** el término medio es predicado de la premisa mayor y sujeto de la premisa menor.

Otras formas de silogismo

- Silogismos disyuntivos
- Silogismos alternativos
- Silogismos hipotéticos
- Silogismos hipotéticos mixtos

Silogismos Hipotéticos

- Las proposiciones hipotéticas contienen dos proposiciones componentes:

una de ella es el antecedente	(si...), y
la otra es el consecuente	(entonces...).

Silogismo hipotético puro:

- Un silogismo construido sólo con proposiciones hipotéticas.

Silogismo hipotético mixto:

- Un silogismo construido con una premisa hipotética y otra categórica.

Formas válidas del silogismo hipotético mixto

<i>Modus ponens</i>	Si afirmamos una proposición hipotética y a la vez la verdad de su antecedente, nos vemos obligados necesariamente a afirmar el consecuente
<i>Modus tollens</i>	La premisa categórica niega el consecuente del condicional y la conclusión niega su antecedente

Formas inválidas del silogismo hipotético mixto

<i>Falacia de afirmación del consecuente</i>	La premisa categórica afirma el consecuente de la premisa condicional y la conclusión afirma el consecuente
<i>Falacia de negación del antecedente</i>	La premisa categórica niega el antecedente del condicional y la conclusión niega su antecedente

Silogismo Disyuntivo

- Las proposiciones disyuntivas contienen dos proposiciones componentes, que son sus disyuntivas.
- La disyunción no afirma categóricamente la verdad de una u otra de sus disyuntivas, sino que dice que al menos una de

ellas es verdadera, **admitiendo la posibilidad de que ambas lo sean**, conocida como disyunción inclusiva.

- Si tenemos una disyunción como premisa, y la otra premisa **niega una de ellas**, **podemos inferir válidamente la verdad de la otra disyuntiva**.

EJERCICIO 21

1. Construya silogismos que tengan la estructura que se le pide:
 - i) Tipo A
 - ii) Tipo E
 - iii) Tipo I
 - iv) Tipo O
2. Escriba tres ejemplos de cada uno de los siguientes silogismos:
 - i) Disyuntivos
 - ii) Alternativos
 - iii) Hipotéticos
 - iv) Hipotéticos mixtos

22. Aplicaciones de las tablas de verdad

Recordemos que una proposición es un enunciado o frase a la cual puede asignársele inequívocamente uno de los dos valores de verdad, verdadera o falsa ya que estas solo tienen dos categorías de clasificación.

Ejemplos:

- i) 15 es divisible por 7
- ii) Un cuadrilátero es un rombo
- iii) $7 = 7$
- iv) Si un triángulo es equilátero, entonces es isósceles
- v) ¿Qué edad tienes?
- vi) $x + 9 = 45$
- vii) ¿A qué hora es la clase?
- viii) Si $x^2 + 1 = 50$, entonces $x = \pm 7$
- ix) $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$

Recordemos que las interrogaciones o preguntas no son proposiciones ya que no se pueden clasificar como verdaderas o falsas; por lo tanto, los ejemplos e) y g) no son proposiciones. El ejemplo f) es una ecuación que adquiere su valor de verdad o falsedad cuando a x se le asignan diferentes valores; por tal razón se denomina una proposición condicional. El ejemplo i) es una proposición que se puede considerar que siempre es verdadera. Los ejemplos d) y h) son proposiciones compuestas llamadas implicaciones. Los enunciados a), b) y c), son proposiciones.

Las proposiciones pueden ser simples o compuestas. Para designarlas se emplean letras minúsculas, p , q , r , s , etc. Son las que con mayor frecuencia se utilizan.

TABLA DE VERDAD DE LA NEGACIÓN (NOT)

Para negar una proposición simple se emplea el símbolo $\sim$ de tal forma que $\sim p$ (que se lee “no p”) es tal que si p es verdadera, $\sim p$ será falsa y viceversa.

p	$\sim p$
V	F
F	V

El operador negación ($\sim$) también se denomina NOT.

Las proposiciones compuestas básicas son:

- i) la conjunción,
- ii) la disyunción,
- iii) la disyunción exclusiva,
- iv) la implicación, y
- v) la equivalencia

TABLA DE VERDAD DE LA CONJUNCIÓN (AND)

La conjunción de dos proposiciones simples $p \wedge q$ (que se lee “p y q”) es verdadera si ambas proposiciones son verdaderas.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La conjunción ($\wedge$), es un conectivo lógico que se denomina el operador lógico AND y representa el producto lógico.

Note en la tabla de verdad que para dos proposiciones simples hay cuatro líneas (sombreadadas) que contienen todas las posibilidades de combinación de los valores de verdad de las proposiciones simples.

Para generalizar, si n es el número de proposiciones simples, entonces la tabla de verdad de la expresión lógica tendrá 2^n líneas, en las que aparecen todas las posibles y diferentes combinaciones de valor de verdad de las proposiciones simples.

TABLA DE VERDAD DE LA DISYUNCIÓN (OR)

La disyunción de las proposiciones simples $p \vee q$ (que se lee “p o q”) es verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera; dicho de otra manera, es falsa si ambas proposiciones son falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

El operador lógico disyunción también se denomina OR y representa la suma lógica.

TABLA DE VERDAD DE LA DISYUNCIÓN EXCLUSIVA (XOR)

La disyunción exclusiva $p \underline{\vee} q$ ó $p \oplus q$ (que se lee “p o q”, pero no ambas) es verdadera sólo en el caso en que las dos proposiciones

tengan diferente valor de verdad. Esto se da cuando una es verdadera y la otra falsa o viceversa.

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

El operador disyunción exclusiva también se denomina XOR.

TABLA DE VERDAD DE LA IMPLICACIÓN

En la implicación el primer término se denomina antecedente o hipótesis y el segundo consecuente o tesis. La implicación es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. La implicación no tiene denominación especial, como los casos anteriores, pero puede expresarse en función de éstos. La implicación es un conectivo lógico que se denotará con una flecha " $\rightarrow$ ".

$p \rightarrow q$ se lee:

p implica q ,
si p , entonces q ,
 p es suficiente para q ,
 q es necesario para p .

La tabla de verdad es:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V

Ejemplo

Sean las proposiciones p : α , β y γ son ángulos internos de un triángulo, y q : $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ (donde π es la medida del ángulo plano, en radianes), entonces las implicaciones serán:

Implicación directa: $p \rightarrow q$:

Si α , β y γ son ángulos internos de un triángulo, entonces $\alpha + \beta + \gamma = \pi$

Implicación contraria: $q \rightarrow p$:

Si $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, entonces α , β y γ son ángulos internos de un triángulo,

Implicación recíproca: $\sim p \rightarrow \sim q$:

Si α , β y γ no son ángulos internos de un triángulo, entonces $\alpha + \beta + \gamma \neq \pi$

Implicación contrarrecíproca: $\sim q \rightarrow \sim p$:

Si α , $\beta + \gamma \neq \pi$, entonces α , β y γ no son ángulos internos de un triángulo,

Las tablas de verdad de las implicaciones directa y contrarrecíproca, y de la contraria y recíproca son iguales, por tanto estas implicaciones son equivalentes ($\Leftrightarrow$), es decir:

1. $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
2. $(q \rightarrow p) \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$

Cuando la implicación directa es verdadera y lo es además la implicación contraria, entonces, las proposiciones son equivalentes ($\Leftrightarrow$).

Si tanto $p \rightarrow q$ como $q \rightarrow p$, entonces, $p \leftrightarrow q$, es decir:
 $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)]$

TABLA DE VERDAD DE LA EQUIVALENCIA

La equivalencia es un conectivo lógico que es verdadera si ambas proposiciones son verdaderas o si ambas son falsas.

La equivalencia se denota

por $p \leftrightarrow q$, que se lee:

p es equivalente con q

p si y sólo si q

p es necesario y suficiente para q

Su tabla de verdad es:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Con los conectivos lógicos básicos se construyen proposiciones compuestas que pueden ser **tautologías**, **contradicciones** o **contingencias**.

Si la tabla de verdad de la proposición es siempre verdadera, independientemente de la verdad o falsedad de las proposiciones simples, entonces la expresión es TAUTOLÓGICA	Si la tabla de verdad de la proposición es siempre falsa, será una CONTRADICCIÓN	Si la tabla de verdad de la proposición es verdadera y falsa, la proposición es una CONTINGENCIA
--	---	---

Las **tautologías** son identidades lógicas, es decir, siempre verdaderas; mientras que las contingencias son ecuaciones lógicas, las cuales adquieren su valor de verdad para determinadas combinaciones de valores de verdad de las proposiciones simples.

Ejemplo

La siguiente es una tautología utilizada para transformar una implicación en una expresión equivalentes: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$, cuya tabla de verdad es:

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge \sim q)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

El hecho que esta equivalencia resulte siempre verdadera la hace tautológica y puede, para efectos de la operación del álgebra de proposiciones, sustituir la implicación por su expresión equivalente.

Ejemplo

Determine qué tipo de expresión lógica es la siguiente: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (\sim p \vee q)$.

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$	$\sim (\sim p \vee q)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (\sim p \vee q)$
V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

La expresión lógica anterior es una **contradicción**.

Para realizar las tablas de verdad de proposiciones compuestas, de tres simples, se deben construir ocho líneas para cada una de sus combinaciones de verdad y falsedad.

Ejemplo

Construir la tabla de verdad para la siguiente proposición compuesta:

$$[p \wedge \sim(q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge \sim r)]$$

y verifique que es una tautología.

Haciendo:

$$A = q \vee r$$

$$B = p \wedge \sim q$$

$$C = p \wedge \sim r$$

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	A	$\sim A$	$p \wedge \sim A$	B	C	$B \vee C$	$[p \wedge \sim A] \rightarrow [B \vee C]$
V	V	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V
F	V	F	F	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V	F	F	F	F	V

Ejemplo:

Construir la tabla de verdad para la siguiente proposición compuesta:

Construir la tabla de verdad para la siguiente proposición compuesta:

$$[\sim p \rightarrow (\sim q \vee \sim r)] \rightarrow [\sim(p \rightarrow q) \vee \sim(p \rightarrow \sim r)]$$

y verifique que es una **contingencia**.

Haciendo: $A = \sim q \vee \sim r$

$B = p \rightarrow q$

$C = p \rightarrow \sim r$

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	A	$\sim p \rightarrow A$	B	$\sim B$	C	$\sim C$	$\sim B \vee \sim C$	$[\sim p \rightarrow A] \rightarrow [\sim B \vee \sim C]$
V	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	F	F	F
V	V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V	F	V	F	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V	V	F	V	F	F	F

EJERCICIO 22

1. Represente con p a una proposición falsa y con q a una proposición verdadera. Hallar el valor de verdad de las proposiciones compuesta dadas a continuación:

i) $\neg p$

vi) $\neg p \wedge q$

xi) $\neg[p \wedge (\neg q \vee p)]$

ii) $\neg q$

vii) $\neg p \vee \neg q$

xii) $\neg[(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q]$

iii) $p \vee q$

viii) $p \wedge \neg q$

xiii) $\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \vee q)$

iv) $p \wedge q$

ix) $\neg(p \wedge \neg q)$

xiv) $\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q)$

v) $p \vee \neg q$

x) $\neg(\neg p \vee \neg q)$

xv) $\neg(p \vee \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge q)$

2. Suponga que p representa a una proposición verdadera y que q y r representan proposiciones falsas. Hallar el valor de verdad de las proposiciones compuesta dadas a continuación:

i) $(q \vee \neg r) \wedge p$

ii) $(p \wedge r) \vee \neg q$

iii) $(\neg p \wedge q) \vee \neg r$

iv) $p \wedge (q \vee r)$

v) $(\neg r \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge q)$

vi) $\neg(p \wedge q) \wedge (r \vee \neg q)$

vii) $\neg[r \vee (\neg q \wedge \neg p)]$

viii) $\neg[(\neg p \wedge q) \vee r]$

3. Construya una tabla de verdad para cada una de las proposiciones compuestas dadas a continuación:

i) $\neg p \wedge q$

ii) $\neg p \vee \neg q$

iii) $\neg(p \wedge q)$

iv) $p \vee \neg q$

v) $(q \vee \neg p) \vee \neg q$

vi) $(p \wedge \neg q) \wedge p$

vii) $\neg q \wedge (\neg p \vee q)$

viii) $\neg p \vee (\neg q \wedge \neg p)$

ix) $(p \vee \neg q) \wedge (p \wedge q)$

x) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee q)$

xi) $(\neg p \wedge q) \wedge r$

xii) $r \vee (p \wedge \neg q)$

xiii) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \vee \neg p)$

xiv) $(\neg r \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

xv) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg r \vee \neg s)$

xvi) $(\neg r \vee s) \wedge (\neg p \wedge q)$

4. Sea S la proposición “estudio en la biblioteca”, p “aprobé mi curso de lógica matemática”, y m “me especializo en informática”. Exprese en palabras cada una de las proposiciones compuestas dadas a continuación:

i) $\neg m \rightarrow p$

iii) $s \rightarrow (m \wedge p)$

v) $\neg p \rightarrow (\neg m \vee s)$

ii) $p \rightarrow \neg m$

iv) $(s \wedge p) \rightarrow m$

vi) $(\neg s \vee \neg m) \rightarrow \neg p$

5. Sea d la proposición “conduzco mi auto”, s “está lloviendo muy fuerte”, y c “las clases se cancelaron”. Escribe cada proposición compuesta dada de manera simbólica:

i) Si llueve fuerte, entonces conduzco mi auto.

ii) Si conduzco mi auto, entonces las clases se cancelaron.

iii) Si no conduzco mi auto, entonces no está lloviendo fuerte.

- iv) Si las clases se cancelaron, entonces no está lloviendo fuerte.
- v) Conduzco mi auto o si las clases se cancelan, entonces está lloviendo fuerte.
- vi) Las clases se cancelaron, y si está lloviendo fuerte, entonces no conduzco mi auto.
- vii) Conduciré mi auto si no llueve fuerte.
- viii) Llueve fuerte si las clases se cancelaron.

6. Construya una tabla de verdad para cada una de las proposiciones compuestas dadas a continuación. Identifique si son tautologías, contradicciones o contingencias:

- | | |
|---|---|
| i) $\neg q \rightarrow p$ | ix) $(\neg r \vee p) \rightarrow p$ |
| ii) $p \rightarrow \neg q$ | x) $\neg q \rightarrow (p \wedge r)$ |
| iii) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$ | xi) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$ |
| iv) $(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg q$ | xii) $(p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$ |
| v) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$ | xiii) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow r)$ |
| vi) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ | xiv) $[(r \vee p) \wedge \neg p] \rightarrow p$ |
| vii) $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$ | xv) $(\neg r \rightarrow s) \vee (p \rightarrow \neg q)$ |
| viii) $r \rightarrow (p \wedge \neg q)$ | xvi) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg s)$ |

7. Escriba la negación de cada proposición. (Recuerde que la negación de $p \rightarrow q$ es $p \wedge \neg q$)

- i) Si das a tus plantas ternura y las cuidas con cariño, florecerán.
- ii) Si el cheque tiene fondos, estaré sorprendido.
- iii) Si él no lo hace, ella lo hará.
- iv) Si yo digo sí, ella dice no.
- v) Todos los habitantes de Soyapango son habitantes de San Salvador.
- vi) Todas las mujeres alguna vez fueron niñas.

8. Escriba cada proposición como una proposición equivalente que no use los conectores: **si... entonces**. Recuerde que $p \rightarrow q$ es equivalente a $\neg p \vee q$.

- i) Si das a tus plantas ternura y las cuidas con cariño, florecerán.
- ii) Si el cheque tiene fondos, estaré sorprendido.
- iii) Si él no lo hace, ella lo hará.
- iv) Si yo digo sí, ella dice no.
- v) Todos los habitantes de Soyapango son habitantes de San Salvador.
- vi) Todas las mujeres alguna vez fueron niñas.

9. Utilice tablas de verdad para decidir cuáles de los pares de proposiciones son equivalentes:

i) $p \rightarrow q ; \neg p \vee q$

ii) $\neg(p \rightarrow q) ; p \wedge \neg q$

iii) $p \rightarrow q ; \neg q \rightarrow \neg p$

iv) $q \rightarrow p ; \neg p \rightarrow \neg q$

v) $\neg(\neg p) ; p$

vi) $p \rightarrow q ; q \rightarrow p$

vii) $p \wedge \neg q ; \neg q \rightarrow \neg p$

viii) $\neg p \wedge q ; \neg p \rightarrow q$

23. Leyes del álgebra de proposiciones

Las siguientes son las leyes del álgebra de proposiciones:	
Leyes de Idempotencia	i) $p \vee p \leftrightarrow p$ ii) $p \wedge p \leftrightarrow p$
Leyes Asociativas	i) $(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ ii) $(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
Leyes Conmutativas	i) $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$ ii) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$
Leyes Distributivas	i) $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ ii) $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Leyes de Identidad	i) $p \vee 0 \leftrightarrow p$, $p \wedge 1 \leftrightarrow p$ ii) $p \vee 1 \leftrightarrow 1$, $p \wedge 0 \leftrightarrow 0$
Leyes del Complemento	i) $p \vee \sim p \leftrightarrow 1$, $p \wedge \sim p \leftrightarrow 0$ ii) $\sim(\sim p) \leftrightarrow p$, $\sim 1 \leftrightarrow 0$, $\sim 0 \leftrightarrow 1$
Leyes de D'Morgan	i) $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ ii) $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
Nota: Las leyes vienen formuladas por pares debido a la naturaleza dual del álgebra de proposiciones. Además, en estas leyes la tautología se denota por "1" y la contradicción por "0".	

Las Leyes de D'Morgan pueden utilizarse para encontrar las negaciones de ciertas proposiciones compuestas.

Ejemplos: encuentre la negación de cada una de las siguientes proposiciones, utilizando las leyes de D'Morgan:

- i) *Yo obtuve un diez o yo obtuve un siete.*

Si p representa a “Yo obtuve un diez” y q “Yo obtuve un siete”, entonces la proposición compuesta se simboliza por $p \vee q$. La negación de $p \vee q$ es $\neg(p \vee q)$; de acuerdo con una de las leyes de D'Morgan, ésta es equivalente a $\neg p \wedge \neg q$, o en otras palabras, *Yo no obtuve un diez y yo no obtuve un siete.* Esta negación es tiene sentido ya que la proposición original dice que Yo obtuve cualquiera de las dos notas diez o siete; la negación dice que Yo no obtuve ninguna de las dos calificaciones.

- ii) *Ella no lo intentará y él tendrá éxito.*

Si p representa a “Ella no lo intentará” y q “él tendrá éxito”, entonces la proposición compuesta se simboliza por $p \wedge q$. La negación de $p \wedge q$ es $\neg(p \wedge q)$; de acuerdo con una de las leyes de D'Morgan, ésta es equivalente a $\neg p \vee \neg q$, o en otras palabras, *Ella lo intentará y él no tendrá éxito.*

EJERCICIO 23

1. Utilizando tablas de verdad verifique cada una de las Leyes del Álgebra de Proposiciones:

- i) Leyes de idempotencia.
- ii) Leyes asociativas.
- iii) Leyes conmutativas.
- iv) Leyes distributivas.
- v) Leyes de identidad.
- vi) Leyes del complemento.
- vii) Leyes de D'Morgan.

2. Utilice las leyes de D'Morgan para hallar la negación de cada una de las siguientes proposiciones:

- i) Puedes pagarme ahora o puedes pagarme mañana.
- ii) Yo voy o ella no va.
- iii) Es invierno y no llueve.
- iv) Un número positivo es π y -10 es menor que cero.
- v) Ella dijo sí, pero yo dije no.
- vi) $10 - 8 = 2$ y $9 + 5 \neq 10$
- vii) El docente y estudiantes se presentaron en el aula.
- viii) $5 > 1$ o $1 \neq 2$

24. Reglas de inferencias

Cuando se aplica el raciocinio, la verdad se obtiene sólo si se cumplen las siguientes condiciones:

1. Las premisas han de ser verdaderas.
2. Durante el proceso de deducción estas premisas han de relacionarse con sujeción a las leyes de la lógica.

Así, el conocimiento obtenido de proposiciones verdaderas preestablecidas, sin recurrir de manera directa a la experiencia y aplicando dichas leyes a estas premisas, se denomina **conclusión**.

Las Leyes de Inferencia Lógica son:

- i) Modus Ponendo Ponens (MPP),
- ii) Modus Tollendo Tollens (MTT), y
- iii) Modus Tollendo Ponens (MTP).

Modus Ponendo Ponens (MPP)	Modus Tollendo Tollens (MTT)	Modus Tollendo Ponens (MTP)
Este método de inferencia establece que si una implicación es cierta y además también es cierto su antecedente, entonces su consecuente es necesariamente verdadero; de manera simbólica se expresa así: $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$	Esta regla de inferencia dice que si una implicación es verdadera y es falso su consecuente, entonces su antecedente será necesariamente falso. $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$	Esta ley de inferencia se enuncia de la siguiente manera: si una disyunción es verdadera y una de sus proposiciones simples es falsa, entonces necesariamente la otra proposición será verdadera. $[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$ ó $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$

EJERCICIO 24

1. Utilizando las leyes de inferencias escriba tres ejemplos de cada una de ellas:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">i) Modus Ponendo Ponens.ii) Modus Tollendo Tollens.iii) Modus Tollendo Ponens. |
|--|

25. Demostraciones formales

La demostración es un razonamiento que prueba la validez de un nuevo conocimiento; es el enlace entre los conocimientos recién adquiridos y los conocimientos anteriores. Los procedimientos de demostración permiten establecer la conexión lógica entre las proposiciones fundamentales de la teoría, sus consecuencias sucesivas, hasta deducir la conclusión o tesis que así se demuestra.

Los principales tipos de demostración son:

- i) Demostración directa
- ii) Demostración indirecta
- iii) Demostración por recursión

Demostración directa	Demostración indirecta	Demostración por recursión
La demostración directa de una proposición r (teorema) es un conjunto de proposiciones o premisas que son postulados o proposiciones de validez y de las cuales se infiere r como consecuente inmediata.	Se realiza una demostración indirecta cuando se establece la validez de una tesis r probando que las consecuentes de su contraria son falsas.	Cuando la tesis se prueba por medio de inducción matemática.

A estos tipos de demostración se oponen dos métodos de refutación:

- i) refutación por contradicción,
- ii) refutación por contraejemplo

La refutación es el razonamiento que prueba la falsedad de una hipótesis o la inconsecuencia de su supuesta demostración. Se puede definir también como el silogismo que tiene como conclusión la proposición que niega otra conclusión.

EJERCICIO 25

1. Haciendo una búsqueda bibliográfica, encuentre tres ejemplos de:

- i) Demostraciones directas.
- ii) Demostraciones indirectas.
- iii) Demostraciones por recursión.

2. ¿De cuáles de las demostraciones encontradas usted ya tenía algún conocimiento o había utilizado anteriormente?

26. Aplicaciones tecnológicas

La lógica se aplica principalmente en:

1. Las contingencias, las cuales se utilizan para hacer circuitos de control y automatismo; las tautologías y contradicciones para probar la consistencia interna de las argumentaciones.
2. Las reglas de inferencia lógica se utilizan como test de prueba de la consistencia lógica interna en los algoritmos de computación.
3. Las propiedades algebraicas y las transformaciones de las sentencias lógicas en función de sólo uno u otro conectivo lógico, se utilizan como una ventaja en la construcción de los circuitos integrados comerciales, pues sólo utilizan negaciones (NOT), conjunciones (AND) y disyunciones (OR).

EJERCICIO 26

1. ¿Cómo aplicaría la lógica matemática en su carrera? Enumere al menos cinco aplicaciones o usos.

2. En el diario vivir, ¿es útil conocer la lógica matemática? Explique.

3. ¿Le han ayudado los conocimientos de lógica matemática estudiados para mejorar el conocimiento, entendimiento e interpretación de:

- i) la estructura del pensamiento humano?
- ii) textos académicos?
- iii) revistas de su especialidad o carrera?
- iv) la comunicación?
- v) el lenguaje cotidiano y el lenguaje lógico?
- vi) los programas de noticias?
- vii) los periódicos?
- viii) las entrevistas por televisión?

- ix) seguimiento de instrucciones en la universidad?
- x) seguimiento de instrucciones en su trabajo?
- xi) la realidad nacional?
- xii) otras situaciones?

Explique brevemente cada uno de ellos.

Referencias bibliográficas

Copi, I. M. y Cohen, C; Introducción a la Lógica; Editorial Limusa, México, 2000.

Martínez, Carlos Dión, Curso de Lógica, 3a. Edición, McGraw-Hill, México, 2001.

Salvador Chávez Prado: Lógica; principios, ejercicios, aplicaciones. 3a. Edición, McGraw Hill, México 2001.

Barco Gómez, C., Barco Gómez, G. y Botero, W. A.; Matemática Digital; McGraw-Hill, Colombia, 1998.

Gustavo Escobar Valenzuela. Lógica, nociones y aplicaciones. 2a. Edición, McGraw-Hill, México 2004.

Gutiérrez Sáenz, Raúl. Introducción a la Lógica, Ed. Esfinge, México 1976.

<http://w3.mor.itesm.mx/logica/log9808/evolución.html>

<http://www.rbjones.com/rbjpub/www/colum/c00300.html>

<http://www.rbjones.com/rbjpub/maths/math005.html>

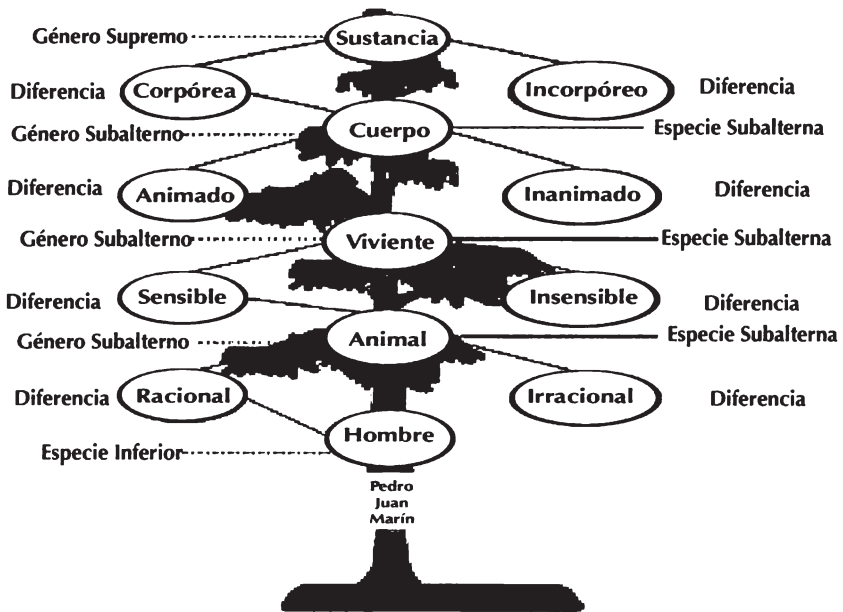
<http://www.rbjones.com/rbjpub/maths/math011.html>

<http://www.inf.udec.cl/campos/arquitectura/modelos.html>

Anexo

El árbol de Porfirio

Existe un ejemplo clásico para ilustrar la ley de la extensión y la comprensión. Se llama el árbol de Porfirio. Consiste en un esquema en donde se han colocado cinco ideas fundamentales y ordenadas de mayor a menor extensión. Estas ideas son: sustancia, cuerpo, viviente, animal y hombre. Colocadas en columna vertical forman el tronco del famoso árbol. Además, las ramas están formadas por otros cinco pares de conceptos e intercalados de la siguiente forma:



En primer lugar, nótese que, efectivamente, las ideas del tronco central tienen mayor extensión a medida que se va ascendiendo en él. Consecuentemente, tienen también cada vez menor comprensión. En efecto, hay más vivientes que animales; y más cuerpos que hombres.

Los conceptos colocados en las ramas se llaman “diferencia”. Nótese la relación entre ellos y las ideas del tronco. Si a la idea de hombre le quitamos la de racional, tenemos una idea más pobre en comprensión, que es la de animal. Si a esta le quitamos mentalmente la de sensible, nos queda otra idea más pobre que es viviente, y así sucesivamente, hasta llegar a sustancia.

Por sustancia, debe entenderse, en Filosofía, cualquier ser que exista en sí mismo, sea espiritual o material. Dios es una sustancia, el alma es una sustancia. La extensión de esta idea es vastísima, abarca todos los cuerpos, vivientes, animales y hombres.

De arriba hacia abajo, el árbol de Porfirio puede leerse de la siguiente manera: Todas las sustancias son materiales o inmateriales. La sustancia material se llama cuerpo. La sustancia inmaterial se llama espíritu. Todos los cuerpos son animados (con vida) o inanimados. Los cuerpos animados se llaman vivientes. Los cuerpos inanimados se llaman minerales. Todos los vivientes son sensibles o insensibles. Los vivientes sensibles se llaman animales. El viviente insensible es el vegetal. Todos los animales se dividen en racionales o irracionales. Los animales racionales los llamamos hombres. El animal irracional se llama bestia. Los espíritus, los minerales, los vegetales, las bestias y los hombres (extremos de las ramas de la derecha) son las cinco clases principales de sustancias.

La primera aplicación del árbol de Porfirio, es, pues, como ejemplo clásico de la ley de la extensión y la comprensión. Otros ejemplos de aplicaciones son en los categoremás, la definición y la división. Este árbol nos ayuda a comprender cómo de la unión de los géneros y las diferencias resultan las especies.

Puede intentarse, como ejercicio una prolongación del árbol de Porfirio en otro sentido. Por ejemplo, hacia arriba se puede añadir el concepto de ente, que es el más universal de todos. Todos los entes son sustancias o accidentes. Enseguida puede intentarse una

clasificación de los accidentes. El capítulo sobre categorías nos puede dar las bases para ello.

Aquí está funcionando ya la Lógica científica, dando las bases para poder distinguir, ordenar y clasificar dentro de nuestra mente el inmenso conjunto de conceptos que tenemos almacenados. Todos ellos guardan entre sí una cierta ordenación latente, debido a su mayor o menor universalidad y contenido. Naturalmente, sería prácticamente imposible (y hasta inútil) tener todos los conceptos perfectamente ordenados y jerarquizados por familias de mayor a menor comprensión. Pero, en cambio, dentro del rigor y sistematización científicos, es necesario procurar esa ordenación entre algunos conceptos que podrían presentarse a confusión. Además, no sólo los conceptos, sino las mismas realidades expresadas por ellos pueden clasificarse de acuerdo con la ley de la extensión y la comprensión. Las clasificaciones de los animales y de las plantas, tratan de seguir en lo posible, los lineamientos de esta ley.

Misión institucional

La formación de profesionales competentes, innovadores, emprendedores y éticos, mediante la aplicación de un proceso académico de calidad que les permita desarrollarse en un mundo globalizado.

Visión institucional

Ser una de las mejores universidades del país reconocida por la calidad de sus egresados, su proceso permanente de mejora continua y su investigación relevante aplicada a la solución de los problemas nacionales.

