Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018

Jeser Caleb Candray Menjívar

UFG-Editores
UNIVERSIDAD FRANCISCO GAVIDIA

Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018

Jeser Caleb Candray Menjívar

UFG-Editores
UNIVERSIDAD FRANCISCO GAVIDIA

UNIVERSIDAD
FRANCISCO GAVIDIA
Tecnología, Innovación y Calidad

Misión

Formar profesionales para transformar, investigar para solucionar problemas e incidir para tener un mejor país.

Visión

Ser una universidad digital con proyección institucional que forme profesionales competentes y responsables socialmente y desarrolle investigaciones aplicadas que contribuyan a resolver los problemas principales de El Salvador.

Consejo Directivo

Presidenta: MEd. Rosario Melgar de Varela
Vicepresidente: Ing. Oscar Armando Rivera Andino
Secretaria General: MEd. Teresa de Jesús González de Mendoza
Primer Vocal: Dr. e Ing. Mario Antonio Ruiz Ramírez
Segunda Vocal: Ing. Ruth María Portillo Guevara

Rector

Dr. e Ing. Mario Antonio Ruiz Ramírez

Secretaria General

MEd. Teresa de Jesús González de Mendoza

Dirección y contacto

Universidad Francisco Gavidia: Calle El Progreso n.° 2748, Edificio de Rectoría, San Salvador,
El Salvador.
Tel. (503) 2249-2700
www.ufg.edu.sv

ICTI
INSTITUTO DE CIENCIA,
TECNOLOGÍA E INNOVACIÓN
UNIVERSIDAD FRANCISCO GAVIDIA

Misión
Diseñar, promover y acompañar iniciativas, políticas, programas y proyectos académicos empresariales para el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación que impacten en la productividad y competitividad de El Salvador.

Visión
Ser el instituto científico líder en El Salvador en el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación.

Director
Oscar Picardo Joao, PhD.

DE ESTA EDICIÓN

Título: Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018
Autor: Jeser Caleb Candray Menjívar
Colección: Educación
Primera edición: © Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación, 2022.

ISBN: 978-99983-970-5-7

UFG EDITORES

Coordinación
Claudia Reneé Meyer

Corrección de estilo
Lya Ayala Arteaga

Diagramación y diseño
Gustavo Menjivar

Dirección y contacto
Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación de la Universidad Francisco Gavidia; edificio de Rectoría, segundo nivel. Calle El Progreso 2748, San Salvador, El Salvador, C.A.
Teléfono: (503) 2249-2701
Email: editores@ufg.edu.sv

Para citar: Candray, J. (2022). *Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018*. El Salvador: UFG Editores.

Hecho el depósito que dicta la ley.

Diciembre, 2022, San Salvador, República de El Salvador, Centroamérica.

E-book

COMO EDUCADO
AQUELLO QUE A
REALIZAR MI MISI
MUY CLAROS Y D
¡IMPORTANTE QUE LOS

> COMO EDUCADOR MATEMÁTICO, BUSCO UTILIZAR AQUELLO QUE APRENDÍ COMO MATEMÁTICO PARA REALIZAR MI MISIÓN DE EDUCADOR. EN TÉRMINOS MUY CLAROS Y DIRECTOS: EL ESTUDIANTE ES MÁS IMPORTANTE QUE LOS PROGRAMAS Y LOS CONTENIDOS.
>
> Ubiratán D´Ambrosio

Agradecimientos

Al señor Jesús, dador de la vida.

Quiero hacer un especial agradecimiento a la Universidad Francisco Gavidia, que, por medio del Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación, apoyó financieramente la investigación y promueve su divulgación a través de UFG Editores.

Además, agradezco a la *Universidade Estadual Paulista, Universidade Federal do Paraná, a la agencia Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* (CAPrograma de Estudios (PE´s)), y a la Organización de Estados Americanos (OEA), por las becas que financiaron mis estudios de maestría y doctorado que me incentivaron a la investigación.

A las y los profesores que me apoyaron con sus comentarios y sugerencias.

Jeser

Prefacio

Me sentí muy honrado de recibir la invitación para escribir el prefacio de este libro, tanto por la calidad del material presentado como por el gran respeto que tengo por su autor Jeser Candray. Además, es importante considerar la gran relevancia de las discusiones sobre el tema «pruebas estandarizadas», tanto a nivel nacional como internacional.

Sin duda es un tema muy complejo. Por un lado, es posible argumentar que realizar la evaluación de los sistemas educativos, especialmente los públicos, es algo necesario para evaluar si la inversión se ha aplicado correctamente. Por otro lado, y no menos necesario, es averiguar cuáles son los efectos que dichas pruebas estandarizadas tienen sobre el sistema escolar evaluado.

Además de medir la eficiencia en el uso de los recursos públicos, los resultados de las pruebas estandarizadas deben ir mucho más allá de culpar a docentes y estudiantes por sus resultados. Analizar el impacto de las infraestructuras y el capital cultural existentes, comprender las desigualdades en diferentes lugares, ampliar la comprensión del instrumento para uso pedagógico, son solo algunas de estas posibilidades/necesidades. El autor se apega a la última, presentando una categorización de la prueba PAES 2014-2018.

En cuanto a los efectos, es importante señalar que no se limitan a El Salvador, como ya se sabe desde la literatura, el recurrente uso mediático de los resultados, presentándolos siempre de forma negativa, la restricción del currículo a los contenidos evaluados y la modificación de la rutina escolar con miras a ampliar los puntajes obtenidos por los alumnos. Todos estos temas son planteados por el autor, ayudándonos a reflexionar sobre los instrumentos utilizados y sus consecuencias.

Además del análisis de la prueba PAES 2014-2018, el autor trae importantes reflexiones sobre resolución de problemas y currículo. Sin pretender ser exhaustivos, como advierte el propio autor, se trata de discusiones necesarias para comprender el problema estudiado.

Jeser tiene un estilo de escritura inquisitivo y plantea varias preguntas a lo largo del libro. Tales preguntas invitan al lector a detener la lectura para reflexionar. Motivado por este estilo, termino este prefacio con una oración y una pregunta.

La frase proviene de los documentos que respaldan las evaluaciones estandarizadas en Brasil. El documento dice que las pruebas estandarizadas solo incorporan un conjunto de habilidades consideradas esenciales y que pueden ser medidas por una prueba estandarizada. Por lo tanto, hay una cantidad significativa de habilidades importantes, pero no esenciales que están fuera de dichas pruebas. Además, lo que es aún más preocupante, existen habilidades esenciales que no pueden medirse mediante pruebas estandarizadas. Dicho esto, puede ocurrir que realizar semanas intensivas de este tipo de pruebas aumente las puntuaciones, lo que supone, por tanto, una ganancia. Finalizo con la pregunta: ¿qué hemos perdido?

Dr. Emerson Rolkouski
Universidade Federal do Paraná
Brasil

Prefácio (portugués)

Me senti honrado ao receber o convite para escrever o prefácio a esse livro, tanto pela qualidade do material apresentado, como pelo grande respeito que tenho a seu autor Jeser Candray. Além disso, é importante considerar a grande relevância das discussões acerca da temática "provas estandarizadas" tanto em nível nacional como internacional.

Trata-se, sem dúvida, de um tema bastante complexo. Se por um lado, é possível argumentar que realizar a avaliação de sistemas educativos, sobretudo públicos, é algo necessário para aferir se o investimento tem sido aplicado de forma adequada. Por outro, e não menos necessário, é averiguar quais são os efeitos que tais provas estandarizadas ocasionam no sistema escolar avaliado.

Para além de aferir a eficiência do uso do recurso público, o resultado das provas estandarizadas deveriam ir para muito além da culpabilização dos professores e estudantes por seus resultados. Analisar o impacto das infraestruturas existentes e do capital cultural, compreender as desigualdades em diferentes localidades, ampliar a compreensão sobre o instrumento para um uso pedagógico, são apenas algumas dessas possibilidades/necessidades. O autor se atém ao último deles, apresentando uma categorização das provas PAES 2014-2018.

Quanto aos efeitos, é importante salientar que não estão circunscritos a El Salvador, pois já é de conhecimento da literatura, o recorrente uso da mídia dos resultados, sempre os apresentando de forma negativa, a restrição do currículo aos conteúdos avaliados e a modificação da rotina escolar com vistas a ampliar os escores obtidos pelos alunos. Todos esses temas são levantados pelo autor, auxiliando-nos a refletir sobre os instrumentos utilizados e suas consequências.

Além da análise das provas PAES 2014-2018, o autor traz importantes reflexões sobre resolução de problemas e currículo. Sem serem exaustivas, como o próprio autor alerta, trata-se de discussões necessárias para a compreensão da problemática estudada.

Jeser possui um estilo de escrita questionador, levantando diversas interrogações no decorrer do livro. Tais questionamentos, convidam o leitor a uma parada na leitura para reflexão. Motivado por tal estilo, finalizo esse prefácio, com uma frase e uma pergunta.

A frase advém dos documentos que fundamentam avaliações estandarizadas no Brasil. Diz o documento, que as provas estandarizadas incorporam apenas um conjunto de habilidades consideradas essenciais e que podem ser medidas por um teste padronizado. Logo, há uma quantidade expressiva de habilidades importantes ainda que não consideradas essenciais que estão fora de tais testes. Além disso, de forma ainda mais preocupante, há habilidades essenciais que não podem ser medidos por testes estandardizados. Isso posto, pode ocorrer que realizar semanas de intensivo para realizar tais testes aumente os escores, trata-se, portanto de um ganho. Finalizo com a pergunta: o que perdemos?

Dr. Emerson Rolkouski
Universidade Federal do Paraná
Brasil

Presentación

¿Qué experiencias de resolución de problemas en Matemática experimentaron los estudiantes salvadoreños en la PAES?, ¿qué Matemática está interesada el Ministerio de Educación en evaluar?, ¿qué Matemática es evidenciada en la PAES?, ¿qué relación tiene la Matemática evaluada (PAES) con la Matemática enseñada (currículo)?, ¿pueden tipificarse los problemas/ejercicios que los estudiantes resolvieron en la PAES? Estas son algunas de las preguntas que venían a mi mente cuando año tras año se presentaban los resultados de la Prueba de Aprendizaje y Aptitudes para Egresados de Educación Media (PAES), y que reflejaban, también año tras año, poca varianza en los resultados.

Quizás lo que más incomodaba de estos datos era lo poco que parecía importar a la comunidad educativa conocer sus resultados. No es que no se generara discusión, sino que parecía que había una especie de acuerdo implícito en la comunidad acerca de qué hacer: 1) Los estudiantes resolvían la prueba, estas jornadas eran acompañadas de medios de comunicación que se desplazaban a los centros escolares de aplicación, entrevistas, «tips» de qué hacer y qué no hacer para resolverlas; 2) El Ministerio y/o la instancia correspondiente resguardaba las hojas de respuesta; 3) Los estudiantes, docentes, directores y los medios de comunicación esperaban ansiosos la divulgación; 4) Llega el día de la divulgación y los medios se centran en los promedios finales: ¿qué asignatura mejoró?, ¿cuál empeoró?, ¿qué décimas subimos o bajamos a nivel nacional?

Y llegan las repetidas anécdotas: las autoridades del Ministerio intentando convencer que, independientemente de los resultados, la educación salvadoreña progresa; entrevistas con los estudiantes con mejor nota, qué fue lo más difícil que hicieron, etc.; entrevista con docentes molestos porque ya no quieren que se aplique la prueba; políticos apoyando o criticando los resultados, comparaciones entre resultados obtenidos entre lo público y privado, entre zonas, discusiones, etc., para que luego de una semana nadie más hable del tema… hasta dentro de un año o cuando toque hacer los refuerzos PAES y el ciclo empiece de nuevo.

Este estudio titulado *Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018*, pretende ofrecer un análisis didáctico cualitativo acerca de los ítems de Matemática que eran incluidos en la prueba en ese periodo. Esta investigación aspira ir más allá de los promedios nacionales, de las comparaciones por sector público/privado, por departamento y otros análisis que se han hecho durante el tiempo en que estuvo vigente esta prueba.

La PAES fue la prueba estandarizada diseñada por el Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de El Salvador (Mineducyt), que tenía como objetivo identificar los niveles de logro de aprendizaje que alcanzan los estudiantes en las asignaturas básicas del currículo: Matemática, Estudios Sociales y Cívica, Lenguaje y Literatura, y Ciencias Naturales; era aplicada a los estudiantes que culminaban su formación secundaria, luego de 11 años de formación académica (nueve años de la Educación Básica y dos años de Educación Media). La PAES fue utilizada ininterrumpidamente por el Mineducyt, desde su creación en 1997 hasta el año 2019: consistía en veinticinco ítems por asignatura, con respuestas de opción múltiple.

Esta investigación tuvo como objetivo analizar los ejercicios y problemas de Matemática utilizados en la prueba estandarizada PAES aplicada en el período 2014-2018, a partir de los aportes metodológicos de la resolución de problemas. Para ello, se ha realizado una investigación cualitativa de tipo bibliográfica, cuyas fuentes principales son los cuadernillos de Matemática utilizados por los estudiantes en los años 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018. La selección de estos años no es arbitraria: en ese período el Mineducyt publicó los cuadernillos de todas las asignaturas que serían evaluadas, permitiendo a la comunidad educativa conocer el contenido de la prueba.

El interés por estudiar esta temática no es casual; podría decirse que existen tres justificaciones para desarrollarla: una de tipo académica, otra de tipo curricular y otra desde la Educación Matemática. En ese sentido, desde la visión académica, se debe señalar que el Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación de la Universidad Francisco Gavidia (ICTI-UFG), ha realizado investigaciones que ponen el foco de interés en esta prueba. Por ejemplo, en el año 2020 el ICTI-UFG desarrolló un estudio que tenía como objetivo analizar el por qué de las notas sobresalientes de la prueba PAES en el departamento de La Unión, intentando describir qué estrategias llevaban a esta región del país a obtener resultados arriba de la media nacional.

Por otra parte, desde el ICTI-UFG, también se han realizado esfuerzos para constituir un marco de referencia de investigaciones en Educación Matemática, que problematicen el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática en el país. Sobre esto, Candray y Rolkouski (2021), proponen unas líneas de investigación que pueden servir como orientación de esfuerzos investigativos en el área. Dentro de los temas propuestos por los autores en la línea de investigación «currículo y evaluación en Matemática escolar» se presentaron los temas: análisis del currículo y programas de estudio de Matemática en Educación Básica y Media; resolución de problemas; análisis de libros didácticos; uso del libro didáctico en el aula de Matemática; aprendizaje y enseñanza de la aritmética, geometría, álgebra en Educación Básica y Media; educación estadística en Educación Básica y Media; análisis de errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje y enseñanza de la Matemática; y modelaje matemático en situaciones escolares (Candray y Rolkouski, 2021, p. 152).

De este modo, este proyecto de investigación no surge de forma aislada, sino que se circunscribe dentro de la línea de investigación «resolución de problemas» de esta propuesta de investigaciones. Desde el diseño curricular también existe una justificación: a partir del análisis de los ítems de Matemática de los cuadernillos de la PAES, se pretende superar el análisis superficial de los resultados de la prueba, que usualmente quedó limitado a las variaciones anuales de los promedios a nivel nacional y regional. Es decir, se podrá ampliar el análisis de los resultados de las pruebas estandarizadas, más allá de las notas y los promedios que ocupaban las portadas y titulares de los medios nacionales.

Por último, existe un interés desde la Educación Matemática (EM), en el análisis de estos ítems. La resolución de problemas es uno de los temas principales en la EM, tanto desde la investigación, como desde el enfoque didáctico (Borasi, 1989). Además, al problematizar los ítems de la PAES en el período 2014-2018 se puede conocer: ¿cuál es la concepción de la Matemática que tiene el Ministerio de Educación?, ¿qué noción de didáctica de la Matemática se verifica en las pruebas de Matemática?, ¿qué tipo de Matemática se espera trabajen en el aula los estudiantes?, ¿qué tipo de estudiante y qué tipo de profesor se espera que interactúen con la Matemática?, ¿qué tipo de diálogo se establece entre currículo, evaluación y Matemática escolar en la PAES?, entre otras. A partir de estas interrogantes, se puede observar un aporte a la formación del docente que enseña Matemática, debido a que moviliza la discusión de la resolución de problemas desde su vertiente curricular y evaluativa.

De esta manera, la estructura de la investigación contiene los siguientes apartados: ideas iniciales, cuatro capítulos principales y las conclusiones. Estas secciones son descritas a continuación.

En la sección «ideas iniciales» se esbozan los aspectos generales que direccionan la investigación, estableciendo el tema de investigación, los objetivos, el tipo de investigación, algunos conceptos básicos y los procedimientos metodológicos realizados.

En el primer capítulo se presenta, de manera general, un marco curricular que describe el currículo salvadoreño, enfatizando el plan de estudios de Matemática de Educación Media vigente en 2008, durante el período que se realizó este estudio. Aquí las preguntas direccionadoras son: ¿qué tipo de currículo se presenta en El Salvador?, ¿cómo está organizado el currículo de Matemática?, ¿qué noción de Matemática y Educación Matemática está presente en los planes de estudio?, ¿qué referencias de la Matemática y la Educación Matemática están presentes?

En el segundo capítulo se presenta un marco histórico de la PAES, que la describe a nivel general: características, estructura, forma de evaluación y los resultados globales de la asignatura de Matemática en el periodo 2014-2018. Este capítulo incluye los resultados generales de la prueba PAES y los de Matemática en específico. Las preguntas que direccionan este ejercicio son: ¿qué concepción de evaluación tiene la PAES?, ¿qué evalúa la PAES en general y en Matemática?, ¿cuáles son los resultados generales y de Matemática en la PAES en el período del estudio?

En el tercer capítulo se presenta el marco teórico/metodológico de la investigación, con diálogo acerca de la resolución de problemas en Educación Matemática y como ha sido entendida a nivel histórico. Algunas de las preguntas direccionadoras son: ¿qué es la resolución de problemas?, ¿qué diferencias existen entre ejercicio y Matemática?, ¿qué tipologías existen para analizar ejercicios/problemas de Matemática? Para ello se trae a discusión las ideas de Pólya (1957), D'Amore (2007), Lopes (2014), Onuchic (2021), Borasi (1986), Dante (2009), Conejo y Ortega (2013). Este capítulo concluye con la descripción de la tipología construida para alcanzar los objetivos y responder las preguntas de investigación.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados de la investigación, considerando que en cada año se muestran los ítems de la PAES de la asignatura de Matemática, el análisis curricular y el análisis didáctico. En la primera etapa, se expone un análisis curricular de los ítems de Matemática por año, clasificándolos a partir de las categorías: tema evaluado, área de la Matemática, tipo de ítem y nivel de procedencia. En una segunda etapa, se hará un análisis y clasificación de cada uno de los ítems a la luz de la Educación Matemática a partir de la tipología de problemas construida.

Por último, se exponen ideas concluyentes acerca del trabajo realizado. Se espera con este proyecto crear insumos para el desarrollo, creación y análisis de evaluaciones en Matemática en El Salvador y su impacto en el aula de Matemática.

A continuación, se presentan las ideas iniciales para comprender el problema de investigación.

Contenido

Ideas iniciales

En esta sección se describen el planteamiento del problema, la pregunta de investigación, el objetivo general, los objetivos específicos de la investigación y los procedimientos metodológicos que inspiraron este estudio.

Comprendiendo el problema: justificación, pregunta de investigación y objetivos de investigación

Una de las razones de aproximarse a esta temática, además de las tres justificaciones descritas anteriormente, surge de la curiosidad del autor de esta investigación en comprender el interés de la sociedad y de la academia en los resultados de la prueba estandarizada PAES. A lo largo de los años, desde la práctica como profesor, el autor pudo notar como los medios de comunicación daban amplia cobertura a los resultados de esta prueba que, generalmente, eran divulgados cada noviembre en conferencia de prensa por el titular del Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (Mineducyt) de turno.

Por ejemplo, si se toma como referencia el período de estudio de esta investigación (2014-2018), y se revisa lo que se reportaba sobre la PAES en medios de comunicación escritos en esos años, los titulares eran los siguientes: «Nota global de PAES 2014 fue de 5.2» (La Prensa Gráfica, 2014); «Alumnos reprueban la PAES con nota global de 5.30» (El Diario de Hoy, 2015); «Los colegios e institutos con mejores resultados en la PAES 2016» (El Diario de Hoy, 2016); «Nota global PAES supera solo por 10 centésimas a 2016» (La Prensa Gráfica, 2017); y «Prueba PAES 2018 con promedio 5.66» (El Diario de Hoy, 2018).

Todos esos titulares reflejaban énfasis en la nota de los estudiantes, carácter comparativo con años anteriores, y tipos de instituciones públicas y privadas. Algunos funcionarios incluso descargaban la responsabilidad de los resultados en los docentes y estos, a su vez, en el sistema educativo. Estas actitudes propiciaron que algunos académicos evaluaran la validez de los resultados de la PAES (Fernández, 2019). Por otra parte, otros autores defendieron el uso de este tipo de pruebas ya que consideraron que servían como herramientas de medición en el tiempo del sistema educativo, tienen un valor como política pública y que, para un mejor análisis, se requerirían algunos ajustes (Picardo, 2020).

De esta manera, el cuestionamiento continuó con las siguientes preguntas: ¿qué validez tienen las pruebas estandarizadas?, ¿qué miden y no miden?, ¿qué deben sustentar las pruebas? ¿qué significan esos resultados?, ¿qué decisiones pueden tomarse a partir de esos resultados? Sin embargo, otro elemento determinante para realizar la investigación fue conocer los ítems de la PAES en Matemática.

El Mineducyt, hasta el 2014, fue celoso en no divulgar el contenido de los ítems de los cuadernillos que se aplicaban en la prueba PAES. Previo a ello, el Plan Maestro se limitaba a publicar los consolidados nacionales y divulgar el nombre de los estudiantes con mejores calificaciones. No obstante, con la decisión de divulgar los cuadernillos a partir de 2014[1] fue posible profundizar en el análisis de esta temática. Junto con la divulgación de los cuadernillos, el Ministerio publicaba un documento de justificaciones que recogían un análisis de los ítems seleccionados, su respuesta correcta y como interpretar los resultados (Mineducyt, 2014).

Con esta información, era posible intentar comprender qué era lo que se evaluaba en la prueba PAES, específicamente en el área de Matemática. Al estudiarlos, surgieron otras inquietudes, como: ¿qué tipo de Matemática está evaluando la PAES?, ¿qué concepción de enseñanza y aprendizaje puede interpretarse a la luz de los ítems?, ¿qué tipo de prácticas Matemáticas eran esperadas de los estudiantes en la prueba PAES?, ¿qué puede hacer el docente de Matemática a partir de estos resultados?, ¿qué implicaciones en el currículo generan estos resultados?

Es a partir de ese marco histórico y de las anteriores inquietudes que surge y se plantea la pregunta de investigación: **¿qué tipos de ejercicios y problemas de Matemática eran resueltos por los estudiantes del segundo año de bachillerato en el período 2014-2018?**

Este estudio tiene como objetivo general analizar los ejercicios y problemas de Matemática utilizados en la prueba estandarizada PAES aplicada en el período 2014-2018; a su vez, se establecen como objetivos específicos clasificar los ítems de Matemática de la prueba PAES a la luz de las características del currículo de Matemática en el período 2014-2018, y categorizar los ítems de la prueba PAES en la asignatura de Matemática a partir de tipologías de problemas.

En la siguiente sección se describen algunos procedimientos metodológicos seguidos en este estudio.

---

[1] Resulta interesante el debate de por qué el Mineducyt tomó la decisión de divulgar los cuadernillos. Los resultados PAES, como vimos, eran utilizados como herramienta de crítica a la gestión de turno, por ello, algunos ministros reaccionaban criticando a los docentes y estos a los alumnos. Ese año era el primero de la gestión del presidente Salvador Sánchez Cerén, que fue ministro de Educación (2009-2012), y de su ministro de Educación, Ing. Carlos Canjura, conocido matemático salvadoreño. Algunos consideran que la divulgación de estos cuadernillos se debía a la necesidad de mejorar los resultados. Esto es criticable ya que profundizaba más el enfoque resultadista de la prueba y se caía en el juego de la crítica de la prensa. Ese mismo año se tomaron dos decisiones: publicar los cuadernillos y hacer la prueba en dos días diferentes; nada con sustento en políticas educativas ni de un estudio previo o algo parecido. Sin embargo, junto a esta decisión, hay que reconocer que hubo un intento de dar más herramientas a los docentes con los resultados obtenidos, puesto que se publicaron los documentos de justificación que, aunque tenían poco valor didáctico, sí eran un intento de descifrar el qué estaba detrás del diseño de la prueba. Criticable la decisión, sin duda, pero no tanto como la decisión de gestiones anteriores que pasaban una curva a los resultados para matizarlos.

Procedimientos metodológicos

Frente a estas consideraciones, dado que se busca analizar y comprender los problemas y ejercicios de Matemática incluidos en la PAES entre los años 2014 a 2018, se expone el mejor abordaje metodológico para responder a la pregunta de investigación: la investigación cualitativa de tipo bibliográfica. Para el caso, Garnica (2013), señala que las investigaciones cualitativas responden a las siguientes características:

> a) La transitoriedad de sus resultados; b) la imposibilidad de una hipótesis a priori, cuyo objetivo de investigación será comprobar o refutar; c) la no neutralidad del investigador que, en el proceso interpretativo, se vale de sus perspectivas, filtros vivenciales previos de los cuales no consigue desvincularse; d) que la constitución de sus comprensiones no se da como resultado, pero en una trayectoria en que esas mismas comprensiones y también medios para obtenerlas puede ser (re)configurados; y e) la imposibilidad de establecer reglamentaciones, en los procedimientos sistemáticos, previos, estáticos y generalistas. (Garnica, 2013, p. 99, traducción propia).

Asumir estas posturas, en especial la no neutralidad del investigador en el proceso interpretativo y la imposibilidad de establecer reglamentaciones a futuro, son características determinantes para tener en cuenta en este estudio, puesto que no se pretende ofrecer interpretaciones finales, sino otras perspectivas ante los resultados de las pruebas estandarizadas. Además, dado que se hará uso de datos estadísticos en este estudio (resultados de las pruebas PAES en Matemática, por ejemplo), se debe destacar que realizar una investigación cualitativa no implica renunciar al uso de datos estadísticos o cualquier otro dato, sino que estos tienen otro valor, otro significado; en las palabras de Bogdan y Biklen:

> Aunque los datos cuantitativos recogidos por otras personas (evaluadores, administradores y otros investigadores) puedan ser convencionalmente útiles tal como fueron descritos, los investigadores cualitativos se disponen a la recolección de datos cuantitativos de forma crítica. No es que los números por sí no tengan valor. En lugar de eso, el investigador cualitativo tiende a cambiar el proceso de compilación en su cabeza preguntándose el qué los números dicen acerca de las suposiciones de las personas que los usan o los compilan […] (Bodgan y Biklen, 1994, p. 195, traducción propia).

Por lo cual, los datos estadísticos obtenidos de estos resultados serán resignificados a la luz de otras fuentes de estudio.

Como fuentes bibliográficas se establecen los cuadernillos de las pruebas PAES 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018; y los Boletines informativos e Informes de justificación de ítems de Matemática de los años 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018 divulgados por el Mineducyt. Para el análisis curricular se consideró el programa de estudio de Matemática de Educación Media (Mineducyt, 2008a), Currículo al servicio del aprendizaje (Mineducyt, 2008b), Evaluación al servicio del aprendizaje (2008c), y los Fundamentos curriculares de la educación nacional (Mineducyt, 1997a); y para el análisis de los problemas se construyó una tipología inspirada en las ideas de Borasi (1986), Dante (2009) y Conejo y Ortega (2013).

De este modo, un primer paso para este estudio fue la recopilación de los cuadernillos oficiales utilizados en el área de Matemática para las PAES de los años 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018, así como los boletines informativos e informes de justificación de ítems de Matemática de esos mismos años. Para ello, se hizo uso de mecanismos de acceso a la información pública y la visita a sitios web oficiales del Mineducyt.

En un segundo paso, se hizo un análisis curricular de la PAES de Matemática en referencia al Plan de estudios de Matemática de Educación Media emitido de 2008 a 2018, que proveyó como resultado las tablas de clasificación de los ejercicios/problemas de Matemática presentados en las pruebas PAES en los años del estudio. Para la categorización, considerando las ideas del análisis de contenido de Bardin (1996), se siguieron los procedimientos siguientes: primero se hizo una lectura exhaustiva del plan de estudio de Matemática de Educación Media. De igual forma, una lectura de los cinco cuadernillos de la PAES de Matemática. Luego, una lectura puntual con el objetivo de identificar criterios de categorización.

A partir de la lectura, se pudo identificar criterios curriculares de categorización de los ítems puesto que cada ítem podía clasificarse según el área de conocimiento (a las que el Plan llama «bloques de contenido», es decir: Estadística, Trigonometría, Relaciones y funciones, y Álgebra y Geometría analítica); se pudo identificar que cada ítem se relaciona con un tema enseñado en las unidades; que cada ítem podría corresponder a un conocimiento para su resolución (conceptual o procedimental); y que los ítems procedían de un nivel académico especifico (primer año y segundo año). A continuación, se definieron los criterios curriculares de categorización (CCC): área de conocimiento, tema, tipo de conocimiento y nivel. Definido los CCC, se retomó la lectura de cada uno de los cuadernillos de Matemática y se clasificó cada uno de los ítems de acuerdo con los criterios. Para cada año, los datos fueron presentados en tablas que se encuentran en el capítulo IV. Además, se hizo un bosquejo general de las PAES de Matemática 2014-2018 por áreas, por tipo de ítem y por nivel de procedencia.

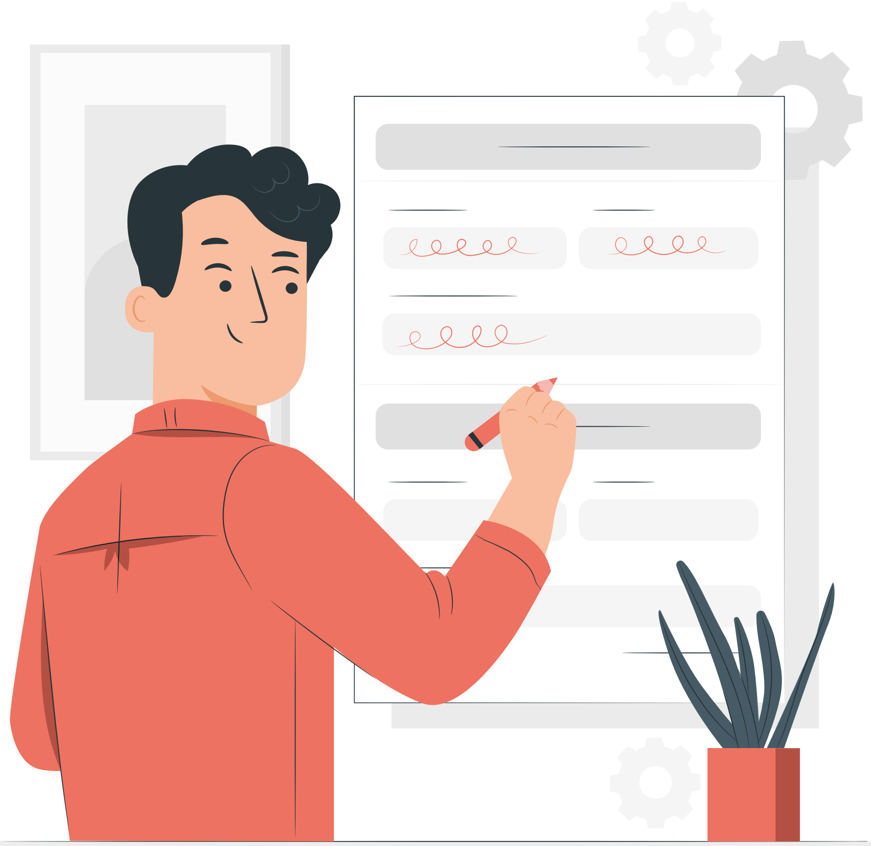
En un tercer paso, se hace un análisis didáctico de los ítems. Para ello, el procedimiento es similar al análisis curricular, solo que para sustentar el análisis didáctico y establecer los criterios didácticos de categorización (CDC), se requirió un proceso de inmersión en la literatura con el objetivo de encontrar propuestas para el análisis y clasificación de ejercicios y problemas de Matemática. De ese modo, y a partir de las lecturas realizadas, se consideraron para la definición de los CDC las propuestas de Borasi (1986), Dante (2009), Conejo y Ortega, (2013). Borasi considera los siguientes tipos de problema: ejercicio, problema con texto, *puzzle* (rompecabezas), prueba de una conjetura, problemas de la vida real, situaciones problemáticas y situaciones (Borasi, 1986, p. 134). Para esta categorización, Borasi lee los ítems a partir de cuatro elementos estructurales del enunciado de los ítems: contexto del problema, formulación, tipos de solución y métodos de solución (Borasi, 1986, p. 128). Dante (2009), diferencia los enunciados propuestos a los estudiantes en seis categorías: ejercicios de reconocimiento, ejercicios de algoritmos, problemas padrón, problemas de proceso o heurísticos, problemas de aplicación, y problemas quiebra cabeza. Por su parte Conejo y Ortega, a partir de una relectura de la propuesta de Borasi, consideraron para la categorización de los ítems: ejercicio, ejercicio contextualizado, problema contextualizado, ejercicio con texto, problema con texto, *puzzle*, prueba de conjetura, problema de la vida real, situación problemática y situación (Conejo y Ortega, 2013, p. 149-150).

A partir de estas propuestas, se procedió a la creación de una tipología de problemas para la clasificación de los ítems. Nuevamente, se retomaron los cuadernillos de la PAES de Matemática y luego de un proceso de análisis, lectura y relectura de cada uno de los ítems, a partir de los elementos estructurales de la tipología creada, se procedió a su categorización. Cabe señalar que esta categorización no se basó en el nivel de dificultad de los ítems, ni se consideró a partir de la producción de los estudiantes. Por último, se hace un diálogo concluyente a partir de los análisis curriculares y didácticos, procurando responder la pregunta de investigación.

Una vez se ha presentado el problema, objetivos, pregunta de investigación y procedimientos metodológicos, a continuación, se presenta el análisis curricular del plan de estudios de Matemática de Educación Media que sustentó a la PAES en los años 2014 al 2018.

CAPÍTULO I

El currículo de Matemática en El Salvador: 2008-2018



En este capítulo no se pretende teorizar acerca del currículo. Primero porque es un área vastamente estudiada y analizada que abunda en textos de consulta; y, en segundo lugar, porque la intención de incluir esta discusión se limita a sustentar el análisis curricular de los ítems de Matemática. Sin embargo, se consideran importantes algunas interrogantes de discusión que sustenten el análisis curricular propuesto; de esta forma, esta sección busca hilar las siguientes interrogantes: ¿qué es currículo?, ¿qué componentes y fuentes lo sustentan?, y, específicamente, ¿cómo es entendido el currículo en la Educación Matemática?, ¿qué se espera de la Matemática en la Educación Media?, ¿qué nociones de Educación y Educación Matemática están presentes en el currículo de Matemática que sustentó la PAES en El Salvador en el período del estudio?, y, ¿cómo está estructurado el currículo de Matemática en Educación Media en El Salvador? Para ello, se toma como referencias los textos de Rico (1998), Sacristán (2013), SAEM Thales (2003), y los documentos curriculares salvadoreños. Todo esto sin la intención de agotar el tema.

1.1 Currículo y Educación Matemática

Definir currículo es una tarea que para autores que han dedicado su vida al tema no es algo sencillo, tampoco se pretende hacerlo en este texto. Desde las nociones iniciales que definían al currículo escolar como los contenidos y su secuencia estudiada en la escuela, hasta las más recientes que comprenden el currículo como toda la actividad que se desarrolla en la escuela para la transmisión de una(s) cultura(s), como un campo en disputa, como una narrativa de clase, género y sexualidad, o como una transmisión de ideologías dominantes, etc. (Silva, 2020), considerando todas estas acepciones no es fácil definirlo en una oración. No obstante, sabiendo la importancia de darle un significado que oriente la discusión se entenderá currículo como «el contenido cultural que los centros educacionales tratan de difundir en aquellos que los frecuentan, así como los efectos que tal contenido provoca en sus receptores» (Sacristán, 2013, p. 10).

En el caso de la Matemática como disciplina escolar consolidada, para Rico el currículo se puede entender como «el plan de formación en Matemáticas para los niños, jóvenes y adultos de un país, que tiene lugar en el Sistema Educativo, cuya puesta en práctica corresponde a profesores y especialistas» (Rico, 1998, p. 1). Por su parte, el *National council of teachers of Mathematics* (NCTM), considera que el currículo de Matemáticas:

> … es algo más que una colección de actividades: tiene que ser coherente, estar centrado en Matemáticas importantes y bien articulado a través de los diferentes niveles […]; se centra en unas Matemáticas que preparen para un estudio continuado y para la resolución de problemas en diferentes entornos… (SAEM Thales, 2003, p. 15).

Esta comprensión del currículo hace referencia a la preocupación por la presentación de los contenidos.

En términos más didácticos, para Sacristán (2013, p. 17) el currículo es «la propuesta de organizar los segmentos y fragmentos de los contenidos que lo componen», articulándolos de tal forma que estos contenidos no queden aislados, desordenados o yuxtapuestos, sino que puedan generar un aprendizaje fragmentado. El autor añade, además, que el currículo tiene una doble función: «ordenar y unificar la enseñanza y el aprendizaje» y, por otro lado, «crea una paradoja, por el hecho de que refuerza las fronteras que delimitan sus componentes», como ocurre con la distinción entre las disciplinas que lo componen. De esta manera, la discusión se centra en qué y cómo enseñar esos contenidos.

Para Linuesa (2013), los estudios acerca de cómo elaborar los currículos son recientes y surgen, principalmente, a partir de la necesidad de volverlos eficientes en una lógica empresarial. Sobre el currículo de Matemática escolar, el NCTM también habla de un currículo «eficiente» basado en tres principios: el currículo debe ser coherente, es decir, a pesar que la Matemática tiene distintos bloques estos deben destacar las conexiones entre sí, sabiendo el profesor cómo organizarlos para presentarlos en un todo integrado; centrarse en Matemáticas importantes, a saber, las Matemáticas estudiadas deben ser útiles para desarrollar otras ideas Matemáticas destacando la importancia de los conceptos matemáticos, la resolución de problemas en Matemática y en otros campos, el pensamiento matemático, habilidades de razonamiento, la formulación de conjeturas, el desarrollo de argumentos deductivos, la modelación y predicción de fenómenos del mundo real y; articulado a lo largo de los niveles de enseñanza, por ejemplo, el currículo debe apoyar al docente a conducir a sus estudiantes a niveles crecientes de complejidad y profundidad del conocimiento matemático (SAEM Thales, 2003, p. 15-16).

En el plano de elaboración del currículo, son distintas las preparaciones y presentaciones que pueden concretizar el currículo, citando a Rico (1998), el currículo puede expresarse a partir de cuatro componentes: objetivos, que describen las teorías de aprendizaje; contenidos, que se inspira en la Epistemología y la historia de la Matemática; metodología, que se sustenta en la pedagogía; y evaluación, que expresa el papel social de lo enseñado (Rico, 1998, p. 24).

Por último, ¿qué se espera de la Matemática escolar presentada en la Educación Media? Según los principios y estándares para la Educación Matemática de la NCTM, las Matemáticas en ese nivel presentan una transición de los estudiantes invitándolos a niveles más profundos de razonamiento y de la conexión entre los distintos bloques de contenidos. Se espera que en este nivel los estudiantes prioricen, entre otros, el pensar y razonar Matemáticamente más que en las operaciones rutinarias, la modelación de problemas de la vida real, un uso apropiado de las tecnologías, la experimentación y formulación de conjeturas (SAEM Thales, 2003, p. 291-293). En resumen, según los bloques de contenido, la NCTM considera que los programas de estudio en este nivel deberían capacitar a los estudiantes en (Tabla 1):

Tabla 1

Principios y estándares para la Educación Matemática en Educación Media (nivel 9-12).

Números y operaciones	Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos; comprender los significados de las operaciones y como se relacionan unas con otras; y calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.
Álgebra	Comprender patrones, relaciones y funciones; representar y analizar situaciones y estructuras Matemáticas utilizando símbolos algebraicos; usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas; y analizar el cambio en contextos diversos
Geometría	Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas; localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación; aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones Matemáticas; y utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.
Medida	Comprender los atributos mesurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medidas; y aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.
Análisis de datos y probabilidad	Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas; seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos; desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; y comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

Fuente: elaboración propia según SAEM Thales (2003, p. 294, 300, 312, 324, 328).

1.2 Matemática escolar en Educación Media en El Salvador

Para el Mineducyt la Matemática tiene su validez en el currículo escolar salvadoreño porque «estimula el desarrollo de diversas habilidades intelectuales, el razonamiento lógico y flexible, la imaginación, la ubicación espacial, el cálculo mental, la creatividad» (El Salvador, 2008b, p. 9.). Por otro lado, el enfoque de la Matemática escolar para la Educación Básica y Media descansa en la resolución de problemas; tal enfoque responde a la naturaleza de la Matemática: resolver problemas en diversos ámbitos, (científico, técnico, artístico y la vida cotidiana). En la enseñanza Matemática se parte de que en la solución de todo problema hay cierto descubrimiento que puede utilizarse siempre. En este sentido, los aprendizajes se fijan para la vida, no para pasar una evaluación (El Salvador, 2008a, p. 24).

De esta manera, se busca que la Matemática enseñada en las escuelas sea útil para la vida. En términos didácticos, se piensa en un docente que sea capaz de «generar situaciones en las que los estudiantes exploren, apliquen, argumenten y analicen los conceptos, procedimientos, algoritmos u otros tópicos matemáticos acerca de los cuales deben aprender» (El Salvador, 2008a, p. 24). En este sentido, este enfoque parece distanciarse del enfoque más academicista planteado anteriormente, en el que se consideraba que el aporte de la Matemática estaba circunscrito al desarrollo de capacidades operatorias básicas (El Salvador, 1997a).

El Mineducyt también establece para el aprendizaje de Matemática en la Educación Básica y Media tres competencias: razonamiento lógico matemático, comunicación con lenguaje matemático y aplicación de la Matemática al entorno. Estas son entendidas de la siguiente forma:

> 1. Razonamiento lógico matemático: esta competencia promueve que los estudiantes identifiquen, nombren, interpreten información; comprendan procedimientos, algoritmos y relacionen conceptos. Estos procedimientos permiten estructurar un pensamiento matemático en los educandos; superando la práctica tradicional de partir de una definición Matemática y no del descubrimiento del principio o proceso que le da sentido.
> 2. Comunicación con lenguaje matemático: los símbolos y notaciones matemáticos tienen un significado preciso, distinto al existente desde el lenguaje natural. Esta competencia desarrolla habilidades, conocimientos y actitudes que promueven la descripción, el análisis, la argumentación y la interpretación en los estudiantes utilizando el lenguaje matemático, desde sus contextos, sin olvidar que el lenguaje natural, es la base para interpretar el lenguaje simbólico y;
> 3. Aplicación de la Matemática al entorno: es la capacidad de interactuar con el entorno y en él, apoyándose en sus conocimientos y habilidades Matemáticas. Se caracteriza también por la actitud de proponer soluciones a diferentes situaciones de la vida cotidiana. Su desarrollo implica el fomento de la creatividad, evitando así el uso excesivo de métodos basados en la repetición. (El Salvador, 2008a, p. 25).

A pesar de estas definiciones de competencia y del enfoque presentado, no es posible detectar su vinculación en el proceso de enseñanza y de planificación didáctica. Además, no queda claro el origen de estas competencias ni el fundamento pedagógico ni referente a la Educación Matemática. Esto se refleja, igualmente, al revisar la bibliografía sugerida que ofrece literatura generalista sobre la planificación curricular y libros con enfoque académico y pedagógico con énfasis en contenidos de la asignatura.

Ahora bien, referente a la planificación didáctica, la asignatura de Matemática para el bachillerato tiene reservada seis horas clase a la semana, sumando un total de 240 horas clase (45 minutos) en el año escolar (que tiene 200 días/40 semanas lectivas). En cuanto a contenidos matemáticos, se subdivide en cuatro bloques de contenidos: Trigonometría, Estadística, Relaciones y funciones, y Álgebra y Geometría analítica; se expresan en nueve unidades didácticas con su respectiva carga horaria. Las unidades didácticas del primer y segundo año de Matemática en bachillerato se presentan en las Tablas 2 y 3 respectivamente:

Tabla 2

Unidades didácticas de Matemática en El Salvador: primer año de bachillerato.

Unidad	Nombre	Bloque	Horas clase
Unidad 1	Utilicemos las razones trigonométricas	Trigonometría	20
Unidad 2	Recopilemos, organicemos y presentemos la información	Estadística	35
Unidad 3	Organicemos y tabulemos variables discretas y continuas	Estadística	30
Unidad 4	Grafiquemos relaciones y funciones	Relaciones y funciones	20
Unidad 5	Utilicemos medidas de tendencia central	Estadística	25
Unidad 6	Trabajemos con medidas de posición	Estadística	15
Unidad 7	Resolvamos desigualdades	Álgebra	25
Unidad 8	Interpretemos la variabilidad de nuestro entorno	Estadística	35
Unidad 9	Utilicemos las funciones algebraicas	Álgebra	35

Fuente: elaboración propia a partir de El Salvador (2008b).

Tabla 3

Unidades didácticas de Matemática en El Salvador: segundo año de bachillerato.

Unidad	Nombre	Bloque	Horas clase
Unidad 1	Estudiemos sucesiones aritméticas y geométricas	Álgebra	20
Unidad 2	Utilicemos el conteo	Estadística	25
Unidad 3	Analicemos la función exponencial y logarítmica	Relaciones y funciones	25
Unidad 4	Estudiemos la probabilidad	Estadística	20
Unidad 5	Utilicemos probabilidades	Estadística	25
Unidad 6	Solucionemos triángulos oblicuángulos	Trigonometría	15
Unidad 7	Apliquemos elementos de geometría analítica	Geometría analítica	30
Unidad 8	Resolvamos con geometría analítica	Geometría analítica	40
Unidad 9	Utilicemos la trigonometría	Trigonometría	40

Fuente: elaboración propia a partir de El Salvador (2008b).

De esta forma, puede verificarse que de las 480 horas clase destinadas para la Matemática en la Educación Media, 210 horas son destinadas para el estudio de la Estadística, lo que representa un 43.8 %; en tanto, para la enseñanza de los contenidos relacionados al Álgebra y a la Geometría analítica son destinadas 150 horas (31.3 %); mientras que para el bloque de contenidos trigonométricos son reservadas 75 horas clase (15.6 %); y por último, para el estudio de los contenidos relacionados al bloque de Relaciones y funciones son destinadas 45 horas clase que representan el 9.4 % del total de horas clase de la asignatura en el nivel.

Al hacer un análisis de los contenidos presentados en cada año de bachillerato, puede evidenciarse que el énfasis para el primer año está en la estadística descriptiva: estadística descriptiva e inferencial, población y muestra, variables cuantitativas y cualitativas, presentación gráfica de variables discretas y continuas, uso de medidas de tendencia central (como la media, mediana y moda), medidas de posición (como los cuartiles, deciles, percentiles y escala percentil), y las medidas de dispersión (tales como la desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación). El trabajo de los estudiantes en Estadística implica una carga horaria de 140 horas clase lo que representa un poco más del 58 % del tiempo de la asignatura en el año distribuida en cinco de las nueve unidades didácticas (Tabla 4 y Tabla 5).

Tabla 4

Distribución de la carga horaria de la asignatura de Matemática en el primer y segundo año de bachillerato según bloques de contenido.

Bloques de contenido	Horas clase	
	Primer año	Segundo año
Trigonometría	20	55
Estadística	140	70
Relaciones y funciones	20	25
Álgebra y Geometría analítica	60	90
Total	240	240

Fuente: elaboración propia.

Por el contrario, en el caso de la propuesta para el segundo año, se identifica una mayor paridad en la distribución de los bloques de contenidos en comparación del primer año. El bloque «Álgebra y Geometría analítica» destaca con 90 de las 240 horas, lo que representa el 37.5 % del total del tiempo asignado a Matemática en el año, distribuida en tres de las nueve unidades didácticas (Tabla 4 y Tabla 5). Los temas que se proponen en el bloque de Álgebra y Geometría analítica son: sucesiones aritméticas y geométricas, distancia entre dos puntos, área de triángulos, punto de división de un segmento, puntos notables del triángulo, pendiente de una recta, paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas, ángulo entre dos rectas, ecuaciones de la línea recta; circunferencia, elementos y ordinaria y general; parábola, elementos y ordinaria y general; elipse, elementos y ordinaria y general; e hipérbola, elementos y ordinaria y general.

En ambos casos, el bloque de contenidos correspondiente al estudio de las funciones y sus relaciones se restringe a una unidad didáctica.

Tabla 5

Porcentaje de distribución de la carga horaria de la asignatura de Matemática en el primer y segundo año de bachillerato según bloques de contenido.

Bloques de contenido	Porcentaje de horas clase	
	Primer año	Segundo año
Trigonometría	8.3 %	22.9 %
Estadística	58.3 %	29.2 %
Relaciones y funciones	8.3 %	10.4 %
Álgebra y Geometría analítica	25.0 %	37.5 %
Total	100.0 %	100.0 %

Fuente: elaboración propia.

El Programa de Estudios (PE´s) también presenta los objetivos de grado para el primer y segundo año. Estos también evidencian ese énfasis en la Estadística y en la Geometría analítica respectivamente; por ejemplo, para el primer año uno de los objetivos es que el estudiante sea competente para «interpretar críticamente la información brindada por diferentes medios, utilizando tablas de frecuencia, gráficos estadísticos y medidas de dispersión que permitan proponer soluciones a problemas de su realidad, valorando la opinión de los demás» (El Salvador, 2008b, p. 17); para el segundo año, se busca que el estudiante sea competente para «aplicar la geometría analítica en la solución de problemas de su entorno, escolar y social, valorando la opinión de sus compañeros» (El Salvador, 2008b, p. 39).

Por último, el Programa de Estudios (PE´s) ofrece orientaciones metodológicas y de evaluación para la planificación docente. En el ámbito de la metodológico, el Mineducyt enfatiza a las y los docentes evitar las explicaciones largas de los contenidos, procurando que el estudiante disfrute la asignatura y la encuentre entretenida y útil (El Salvador, 2008b, p. 12); para ello, propone como metodología de trabajo lo que denomina resolución de situaciones problemáticas (RSP), que busca generar verdaderas situaciones problematizadoras, incentivando a las y los estudiantes a utilizar herramientas heurísticas para poderlas resolver (*ibídem*). Sin embargo, a pesar de ofrecer algunos pasos o condiciones para la construcción de la RSP, no queda clara la propuesta metodológica y cómo esta puede expresarse en el aula de Matemática.

Sobre las orientaciones para la evaluación de la Matemática en el bachillerato, el Mineducyt propone un proceso continuo, considerando los criterios e indicadores de logro que guardan relación con los objetivos y contenidos de cada unidad (El Salvador, 2008a, p. 14). La evaluación debe ser diagnóstica (antes), formativa (durante) y sumativa (después). Además, el Ministerio sugiere al docente que esas evaluaciones sirvan para diversificar y mejorar el diseño de la planificación escolar. Sobre las estrategias e instrumentos para la evaluación en Matemática, el Ministerio deja libertad al docente, explicitando la necesidad de ofrecer flexibilidad, diversificación, pertinencia y ponderación de cada una de ellas.

1.3 Plan de estudios de Matemática y Educación Matemática. Algunas reflexiones

En el plano general, se pudo verificar que la estructura curricular en El Salvador es de tipo centralista, dado que las decisiones curriculares están en exclusividad a manos de una sola entidad: el Mineducyt. Además, debido al carácter central de las políticas, en el país centroamericano no hay espacio a una diversificación de oferta, salvo el margen de flexibilidad y adecuación que se ofrece permitiendo a los centros escolares y docentes adicionar contenidos o reestructurarlos a partir de su proyecto educativo institucional (PEI) y plan curricular del centro (PCC), pero en ninguna forma reducirlo. Sin embargo, el Mineducyt establece la carga horaria, y a partir de una revisión general de los contenidos, no se percibe espacio en el horario escolar para que se hagan esas adecuaciones, quedando a las y los docentes la reorganización de los contenidos.

Esto plantea varias inquietudes: ¿debe plantearse un currículo, entendido aquí como la carga de contenidos del conocimiento de un área, sin dejar espacio a las adecuaciones producto del contexto?, ¿cómo pueden presentar sus criterios las comunidades marginadas, comunidades indígenas, rurales, entre otros, en la definición de contenidos curriculares? Partiendo del concepto amplio de currículo, ¿qué tiene que decir el currículo salvadoreño frente a problemáticas como las diferencias de clase, género, raza y diversidad sexual? En los textos estudiados no hay apartados específicos al respecto y, en algunos casos, a lo sumo se llega a promover bajo ejes transversales criterios de igualdad y respeto a estas diversidades; no obstante, no basta el simple reconocimiento, aunque tímido, de estas diferencias sino cuestionarlas y problematizarlas (Silva, 2020). Resaltan aquí las teorizaciones de Silva (2020), acerca de un currículo en disputa.

Acerca de los niveles de participación de los docentes en el diseño y planificación escolar, no es posible a la luz de los textos analizados determinar el nivel de participación o no del magisterio en la construcción del currículo. A pesar de que uno de los niveles de concreción del currículo está reservado para los docentes, no se evidencian márgenes y espacios de propuesta del magisterio en la aplicación del currículo. Este elemento, a juicio del autor, es algo que puede ser analizado en investigaciones posteriores a fin de brindar información y problematizarlo. El papel clave de las y los docentes en la transformación educativa es hoy poco cuestionado (Imbernon, 2009), por lo que a mayor responsabilidad debería incluir mayor capacidad de toma de decisión en una política educativa tan importante como es el currículo. El rol del estudiante en este currículo queda reducido a la expectativa de un mayor involucramiento en su aprendizaje.

En el campo de la Educación Matemática, el texto curricular establece que el enfoque de la asignatura debe ser la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana; se apela a una didáctica de la Matemática con énfasis en la no repetición de las clases expositivas, dando espacio a los estudiantes a disfrutar de la Matemática, y como recurso metodológico proponen la RSP. No obstante, abrazar esta tendencia internacional de resolución de problemas, como su enfoque principal, no distingue claridad teórica en lo didáctico y metodológico acerca de qué se entiende por resolución de problemas; la propuesta de RSP tampoco es muy clara, ni ofrece un argumento sólido acerca de su concreción en el aula.

La propuesta curricular en este programa de estudios descansa en la incorporación de las llamadas competencias; en el caso de Matemática se proponen tres competencias transversales para el estudio de la asignatura en todos los niveles preuniversitarios. Nuevamente, a partir de los datos analizados, no quedan claros los niveles de concreción de esta mudanza en el modelo curricular ni la selección de este tipo de competencias para el área.

Sobre las propuestas de contenido parece evidenciarse una desconexión entre la Matemática del primer año respecto a la de segundo año de bachillerato. El énfasis casi monotemático en la estadística descriptiva en el primer año de bachillerato es reducido a la mitad en el segundo, por lo que el criterio de coherencia curricular no es considerado. Por otro lado, a la luz de los principios y estándares de la Educación Matemática de la NCTM, para el bachillerato, el área de análisis de datos y probabilidad parecen tener más espacio de concreción, mientras el área de medida, Álgebra, números y operaciones, son las menos favorecidas. Sin embargo, no se cuentan con suficientes datos para verificar los alcances de los objetivos en el área. Este es otro elemento para discutir en futuras investigaciones.

CAPÍTULO II

Apuntes históricos, generalidades y resultados de la PAES (2014-2018)

En este capítulo no se pretende mostrar una amplia descripción histórica de la PAES, sino situar al lector en su origen, soporte legal, estructura, resultados en general y específicos de la Matemática que es el tema de interés de este estudio.

2.1 Historia y generalidades de la PAES

La Prueba de Aprendizaje y Aptitudes para Egresados de Educación Media (PAES), fue una prueba estandarizada que consistía en veinticinco ítems por asignatura, con respuesta de opción múltiple, para las asignaturas de Estudios Sociales, Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura y Matemática. La PAES fue aplicada a estudiantes que cursaban el segundo año de Educación Media de forma ininterrumpida desde 1997 hasta el 2019. La prueba era aplicada generalmente en el mes de octubre (período ordinario) y en diciembre (periodo extraordinario), con una duración de cuatro horas en un único día, hasta el año 2013, y del 2014 al 2018 en dos días consecutivos, con cuatro horas cada día y con dos asignaturas a evaluar cada día. En el año 2020, en el contexto de la pandemia por COVID-19, el Mineducyt decidió sustituirla por la prueba Avanzo[2].

El origen de la PAES se remonta a mediados de la década de 1990 en el contexto de la reforma educativa «En marcha», impulsada por la entonces ministra de Educación Cecilia Gallardo de Cano. En esa época, El Salvador entraba en una fase de reflexión y diálogo con distintos sectores, con el objetivo de actualizar la política educativa del país luego de años de guerra civil (1979-1992), que la mantuvo en segundo plano. En el plano legal, la reforma llevó a la publicación de la Ley de la Carrera Docente, Ley de Educación Superior y la Ley de General de Educación (LGE). En esta última ley, en su artículo 57, resuelve que el Ministerio de Educación establecerá una prueba obligatoria orientada a medir el aprendizaje y las aptitudes de los estudiantes, que permita establecer su rendimiento y la eficacia en las diferentes áreas de atención curricular; dicha prueba será diseñada, aplicada y procesada bajo la responsabilidad del Ministerio de Educación. Someterse a la prueba es requisito para graduarse de bachillerato, de acuerdo con la normativa establecida por el Ministerio de Educación (El Salvador, 1996b).

En esta primera versión de la LGE, se establece la obligatoriedad de realizar una prueba únicamente como requisito para graduación de estudiantes de bachillerato, asimismo, con la normativa de evaluación del Ministerio, que señala:

---

[2] Para más detalles de dicha modificación:
Paes (¿sólo?) en tiempos de COVID 19, en: https://www.disruptiva.media/paes-solo-en-tiempos-de-covid-19/
Prueba Avanzo, ¿cómo saber si se avanza si no sabemos dónde estamos?, en: https://www.disruptiva.media/prueba-avanzo-como-saber-si-se-avanza-si-no-sabemos-donde-estamos/

> Para poder graduarse, los alumnos que finalizan el Bachillerato deberán haber cumplido los siguientes requisitos: aprobar todas las asignaturas de su respectivo nivel. Haber realizado el Servicio Social Estudiantil de acuerdo a las normas establecidas por el Ministerio de Educación. Haber desarrollado las actividades de formación aplicada. Haber realizado la Prueba de Aprendizajes y Aptitudes para Egresados de Educación Media (PAES). (El Salvador, 1999, p. 62).

No obstante, en 2005 el Mineducyt solicitó la modificación del artículo, adicionándose que las «calificaciones obtenidas por el estudiante en la mencionada prueba tendrán una ponderación para aprobar las áreas evaluadas» (El Salvador, 1996b); de esa forma, a partir de esa fecha, los resultados de la PAES constituían un 25 % de la nota final de cada asignatura evaluada.

Esa modificación del artículo 57, su objetivo y sus alcances, ha sido un tema de debate en la academia salvadoreña. Para Picardo, la PAES ha tenido cuatro etapas:

> (…) como herramienta de monitoreo de la reforma (1997-2000); cambio de paradigma de ser referida a Criterio a referida a Norma (2002-2004); la utilización del resultado como criterio de promoción (2004-a la fecha); y la apertura del secretismo cuando se deciden publicar los cuadernillos una vez se aplica (a partir de 2015). (Picardo, 2017).

Es decir, la modificación del artículo desvió el objetivo original de la prueba, que era ser una herramienta de seguimiento y evaluación del sistema, y pasó a ser una herramienta de evaluación al estudiante. Fernández, uno de los técnicos responsables de la creación de la prueba también hace esa crítica, señalando que esa modificación generó un problema «grave» (Fernández, 2019). La crítica de Fernández no va únicamente a esa modificación; para él existen otros dos problemas: la prueba no mide lo que dice que mide, puesto que la prueba dice incluir la evaluación de «aptitudes», cuando en realidad la prueba solo evalúa el rendimiento académico del estudiante; y la prueba históricamente no ha servido como referencia para el diseño de políticas educativas, que fue su objetivo original (Fernández, 2019).

El uso de los resultados de la prueba también ha sido tema de debate, pues han sido utilizados generalmente por los medios de comunicación para mencionar el promedio final global, por asignatura, y a los mejores y peores promedios por institución. Esta simplificación de los datos que arroja la PAES también ha sido motivo de crítica por docentes y académicos. No obstante, también la prueba fue utilizada como criterio de ingreso a universidades, como criterio de ingreso para carreras de profesorado (Mineducyt, 1997b), y como capital técnico para El Salvador en el diseño de pruebas internacionales estandarizadas (Picardo, 2017).

2.2 Estructura de la prueba

Ahora bien, como se observa, la PAES ha sufrido distintas modificaciones a lo largo de su historia que no permitirían describir su estructura, objetivos u otros, globalmente. Sin embargo, dado que este estudio se enfoca en las pruebas aplicadas en los años 2014 a 2018, se utilizarán los documentos emitidos por el Mineducyt para esas pruebas en los detalles de su estructura.

Según el Mineducyt la PAES:

> (…) está alineada con los programas de estudio de cada asignatura y al enfoque curricular por competencias [y] Evalúa el logro que los estudiantes alcanzan en las competencias determinadas en cada una de las cuatro asignaturas básicas: Matemática, Estudios Sociales, Lenguaje y Literatura, y Ciencias Naturales. El logro de cada competencia depende del dominio que se tenga de los conocimientos y habilidades que se exploran en cada una de ellas. (Mineducyt, 2014, p. 5).

Las habilidades mencionadas por el Ministerio son: habilidades cognitivas, que hacen referencia al proceso de cognición, capacidad del estudiante de analizar, conceptualizar, comprender, sintetizar y emitir juicio de valor de las informaciones; habilidades procedimentales o de proceso, que hace referencia a los procesos que los estudiantes realizan para resolver un problema y no solo llegar al resultado final; y las habilidades socioemocionales, que son introducidas en 2013 y pretenden dar información sobre el contexto social en el que se encuentran los estudiantes para la promoción de la cultura de paz. Con estas consideraciones, la estructura de la prueba PAES fue la siguiente (Tabla 6):

Tabla 6

Estructura de la PAES 2014.

N. ° de ítems	Habilidades	Valor promoción	Calificación	Forma de entrega de los resultados
25 ítems de selección múltiple (por asignatura)	Cognitivas	Sí	Censal	Individual, asignatura, sección, institucional, departamental y nacional. (permite comparación con años anteriores)
2 ítems de desarrollo por asignatura	Procedimentales[3]	No	Muestral	Nacional por asignatura
27 ítems de selección múltiple (comunes para todas las asignaturas)	Socioemocionales	No	Censal	Institucional, departamental, nacional

Fuente: Mineducyt (2014, p. 8).

---

[3] Los ítems que evaluaban habilidades procedimentales solo fueron aplicados los años 2014 y 2015.

Sobre los conocimientos a evaluar para las asignaturas en el área cognitiva, se hace referencia a las competencias por asignatura que en el caso de Matemática fueron descritas en el capítulo anterior, a decir: razonamiento lógico matemático, comunicación con lenguaje matemático y aplicación de la Matemática al entorno. Además, los temas que eran evaluados correspondían a los contenidos incluidos en el Programa de estudios de Matemática de Educación Media, comentado en el capítulo anterior. El enfoque de la prueba era el mismo de la asignatura, es decir, resolución de problemas.

2.3 Evaluación de la prueba

Los resultados de las pruebas PAES en los años 2014 a 2018 era la suma de los ítems respondidos correctamente sobre el total de ítems multiplicada por 10. De esa forma, si un estudiante respondía correctamente 15 ítems de los 25 de la asignatura de Matemática, su nota sería:

$$Nota\ promedio\ Matemática = \frac{Total\ ítems\ respondidos\ correctamente}{Total\ de\ ítems\ evaluados\ por\ asignatura}\ x10$$

$$Nota\ promedio\ Matemática = \frac{15}{25}\ x10$$

$$Nota\ promedio\ Matemática = 0.6\ x10$$

$$Nota\ promedio\ Matemática = 6.0$$

La nota general de toda la prueba correspondía a la suma de las notas por asignatura dividido por el total de asignaturas evaluadas. Para el caso, si un estudiante obtenía como promedio de sus asignaturas: Matemática, 6; Ciencias Sociales, 8; Ciencias Naturales, 7; y Lenguaje y Literatura, 7; su nota global de PAES sería:

$$Nota\ promedio = \frac{6+8+8+7}{4}$$

$$Nota\ promedio = \frac{29}{4}$$

$$Nota\ promedio = 7.25$$

2.3.1 PAES 2014-2018: datos y resultados

En esta sección se presentan datos generales de la prueba (Tabla 7), resultados nacionales por asignatura (Tabla 8) y resultados de la prueba por nivel de logro, por asignatura de la prueba PAES (Tabla 9) en el período 2014 al 2018.

Tabla 7

Población y fecha de aplicación de PAES ordinaria.

	2014	2015	2016	2017	2018
Población total	82,191	81,633	79,525	81,016	78,174
Fechas	8 de octubre: Matemática, Estudios Sociales, Habilidades Socioemocionales. 9 de octubre: Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura	14 de octubre: Matemática, Estudios Sociales, Habilidades Socioemocionales. 15 de octubre: Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura	13 de octubre: Matemática, Estudios Sociales, Habilidades Socioemocionales. 14 de octubre: Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura	11 de octubre: Matemática, Estudios Sociales, Habilidades Socioemocionales. 12 de octubre: Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura	10 de octubre: Matemática, Estudios Sociales, Habilidades Socioemocionales. 11 de octubre: Ciencias Naturales, Lenguaje y Literatura

Fuente: elaboración propia con datos tomados de Mineducyt (2014b, 2015c, 2016c, 2017c, 2018c).

Los resultados nacionales de la PAES en el período 2014 a 2018 se presentan a continuación:

Tabla 8

Resultados promedios nacionales de prueba PAES por asignatura en los años 2014 al 2018.

Asignatura	Período				
	2014	2015	2016	2017	2018
Matemática	4.77	4.44	4.85	4.80	5.22
Lenguaje y Literatura	5.59	5.41	5.61	6.02	5.73
Ciencias Naturales	5.03	5.38	5.45	5.48	5.79
Estudios Sociales	5.90	6.17	5.83	5.83	6.25
Promedio	5.20	5.30	5.26	5.36	5.66

Fuente: elaboración propia con datos tomados de Mineducyt (2014b, 2015c, 2016c, 2017c, 2018c).

Según los datos, puede evidenciarse que el promedio nacional de Matemática en estos años siempre fue menor al de las demás asignaturas y de la nota promedio nacional. El año en que la diferencia entre el promedio nacional y el promedio de Matemática fue mayor es en el año 2015 (0.86), mientras que esa diferencia entre ambos promedios fue en el año 2016 (0.41). Estudios Sociales siempre tuvo el mejor promedio nacional, a excepción del año 2017. A continuación, se presenta el promedio de cada asignatura durante este período (Tabla 9), así como su desviación estándar:

Tabla 9

Promedio por asignatura de los años 2014 al 2018 de la prueba PAES.

Asignatura	Media		Desviación estándar
	Aritmética	Geométrica	
Matemática	4.82	4.81	0.28
Lenguaje y Literatura	5.67	5.67	0.23
Ciencias Naturales	5.43	5.42	0.27
Estudios Sociales	6.00	5.99	0.20
Promedio	5.36	5.35	0.18

Fuente: elaboración propia con datos tomados de Mineducyt (2014b, 2015c, 2016c, 2017c, 2018c).

Los datos reflejan que, en general, solamente la asignatura de Estudios Sociales obtenía la nota mínima de aprobación dentro del sistema educativo (6.0). Los datos de la desviación no muestran una diferencia significativa entre asignaturas.

Tabla 10

Porcentaje de nivel de logro de la prueba PAES por asignatura en los años 2014 a 2018.

Asignatura	Nivel	Matemática	Lenguaje y Literatura	Ciencias Naturales	Estudios Sociales	Promedio
2014	Básico	46 %	30 %	32 %	22 %	30 %
	Intermedio	36 %	45 %	55 %	43 %	51 %
	Superior	17 %	25 %	13 %	36 %	19 %
2015	Básico	49 %	29 %	25 %	17 %	26 %
	Intermedio	37 %	50 %	51 %	46 %	53 %
	Superior	13 %	21 %	23 %	38 %	21 %
2016	Básico	46 %	25 %	24 %	23 %	31 %
	Intermedio	33 %	52 %	52 %	44 %	45 %
	Superior	21 %	23 %	24 %	32 %	24 %
2017	Básico	41 %	17 %	32 %	20 %	23 %
	Intermedio	38 %	47 %	46 %	51 %	48 %
	Superior	21 %	35 %	22 %	29 %	29 %
2018	Básico	45 %	23%	26 %	19 %	28 %
	Intermedio	35 %	49 %	43 %	39 %	48 %
	Superior	20 %	28 %	31 %	42 %	23 %

Fuente: elaboración propia con datos tomados de Mineducyt (2014b, 2015c, 2016c, 2017c, 2018c).

Por último, los datos presentados en la Tabla 10, muestran el porcentaje de estudiantes que alcanzaron el nivel básico, intermedio y superior. Estos datos se obtienen bajo los criterios que establece el Mineducyt:

> En la PAES, el nivel de logro de los estudiantes está determinado en una escala de 0.0 a 10, que se subdivide así: el Nivel Básico, que incluye puntajes desde 0.0 a 3.75; el Nivel Intermedio, desde 3.76 a 7.50 y el Nivel Superior, desde 7.51 a 10.00. (Mineducyt, 2014b).

En general, para el caso de Matemática, los datos reflejan que durante el periodo de este estudio, cuatro de cada diez estudiantes siempre se ubicaron en el nivel básico, cuatro de cada diez en el nivel intermedio, y solo dos de cada diez en el nivel superior.

Presentadas las características generales, la estructura y los resultados de la PAES en los años 2014 a 2018, en el siguiente capítulo se discute acerca de la resolución de problemas y algunas propuestas de clasificación de las actividades Matemáticas que realizan los estudiantes, que servirán para el análisis de los ítems de la PAES en la asignatura de Matemática.

CAPÍTULO III

Resolución y tipologías de problemas en Matemática

Al igual que se delimitó en el capítulo I, no es objetivo de esta investigación sumergir al lector en una lectura exhaustiva acerca de la resolución de problemas. No obstante, dado que según el Mineducyt el enfoque de la asignatura de Matemática es la resolución de problemas (Mineducyt, 2008a), es importante hacer un esfuerzo ilustrativo sobre el tema, presentando literatura para quien desee profundizar al respecto. Por tal razón, este capítulo se desarrolla a partir de las preguntas: ¿qué es problema?, ¿qué es la resolución de problemas?, ¿qué enfoques presenta la resolución de problemas?, ¿qué estrategias de resolución se proponen? y, ¿qué tipología de problemas podrían ayudar a la categorización de ítems propuesta en esta investigación?

3.1 ¿Qué es problema?, ¿qué es ejercicio? Ideas al debate

La resolución de problemas (RP) como enfoque de asignatura, se ha institucionalizado en la mayoría de los países (Lopes, 2014), y ha ganado especial atención en la didáctica de la Matemática, por lo menos, desde la publicación de *How to solve it* de Pólya en 1945 (Conejo y Ortega, 2013). Como se observó en el capítulo I, para la NCTM la RP tiene un alto grado de importancia en el currículo. Para la NCTM la RP implica:

> (…) comprometerse en una tarea para la que el método de resolución no se conoce de antemano. Para encontrar una solución los estudiantes tienen que recurrir a sus conocimientos y, a través de este proceso, muchas veces adquieren nociones Matemáticas nuevas. Resolver problemas no es solo un objetivo del aprendizaje de las Matemáticas, sino también una de las principales maneras de hacerlo. (SAEM Thales, 2003, p. 55).

Esta idea nos presenta a la RP desde el punto de vista didáctico, es decir, se aprende Matemática a través de la resolución de problemas. Esta situación permite presentar lo que para Schroeder y Lester denominan tres abordajes de enseñanza de resolución de problemas: «(1) enseñando *sobre* resolución de problemas, (2) enseñando *para* resolver problemas y, (3) enseñando *a través* de la resolución de problemas» (Schroeder y Lester, 1989, p. 32 citado por Morais y Onuchic, 2021, p. 31, traducción propia y cursiva del autor). Para Onuchic y Morais (2021):

> (…) enseñar «sobre» resolución de problemas es trabajar con el método propuesto por Pólya (1945/1995) o alguna pequeña variación del mismo; enseñanza «para», el profesor se concentra sobre las formas en cómo la Matemática será enseñada puede ser aplicada en la resolución de problemas rutinarios o no (…) [y] en la enseñanza «a través» de resolución de problemas, los problemas son válidos no solo como el propósito de aprender Matemática, sino que también, como un significado de hacerlo. (Onuchic y Morais, 2021, p. 31, traducción propia).

Además del abordaje didáctico, también es importante señalar el uso de la RP como metodología de investigación[4], que cuenta con nociones de investigación científica y con procedimientos metodológicos.

En tal sentido, el lector podrá decir, «sí, pero eso se refiere a la resolución de problemas, pero al momento se ha evitado definir lo que se entiende por problema, entonces: ¿qué es un problema?», una pregunta, sin duda, válida para entender de que se está hablando. Sin embargo, aunque parezca un juego de palabras, definir un problema es en sí un problema. Por lo cual es importante presentar algunas ideas acerca de qué se entiende por problema, algunos autores y que el lector defina para sí lo que considera un problema.

En esa misma línea de argumentación, Dante, por ejemplo, diserta sobre este punto señalando que «intuitivamente, todos nosotros tenemos una idea de lo que es un problema [y]… lo que es un problema para algunos puede no ser para otros» (Dante, 2009, p. 11, traducción propia). De manera genérica, añade Dante, «se puede decir que [un problema] es un obstáculo a ser superado, algo a ser resuelto y que exige el pensar consiente del individuo para solucionarlo» (Dante, 2009, p. 11 traducción propia). Por su parte, D'Amore considera que se puede denominar problema «cuando una, o más, de las reglas o uno o más, de los procedimientos necesarios, aún no están en el bagaje cognitivo del responsable de resolverlo» (D'Amore, 2007, p. 286).

A su vez, continua D'Amore, resolver problema implica «un acto creativo por parte de quien precisa resolverlo» (p. 286). Lester (1983), afirma que un «problema es una situación que el individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que lo lleve a la solución» (Lester, 1983 citado por Echeverria y Pozo, 1998, p. 15, traducción propia). Echeverría (1998), considera que, para hablar de la existencia de un problema, la persona que está resolviendo esa tarea necesita encontrar alguna dificultad y que la obligue a cuestionarse sobre cuál sería el camino que necesitaría seguir para alcanzar la meta.

Lopes (2014), por su parte, denomina problema como «una situación que un individuo tiene que enfrentar por necesidad o deseo, pero que presenta algún nivel de obstáculo que impide pues pueda ser resuelto de inmediato o mecánicamente» (Lopes, 2014, p. 12, traducción propia) y, por último, Onuchic y Avellato (2011), consideran que un problema «es todo aquello que no se sabe hacer, pero que se está interesado en hacer» (Onuchic y Avellato, 2011, p. 81). A partir

---

[4] Para una profundización sobre el tema consultar Ounchic y Avellato (2011): https://intranet.ifs.ifsuldeminas.edu.br/antonio.gomes/3-7LM-TEM/onuchic 02-04-19.pdf

de estas lecturas se considera que un enunciado podría considerarse como problema, en un contexto escolar, cuando el estudiante enfrenta una actividad no rutinaria que necesita resolver, y que su solución le implica la movilización de conocimientos, habilidades dentro y fuera del currículo de Matemática.

Otra discusión, en este sentido, es la que se levanta al diferenciar entre problema y ejercicio, ¿son lo mismo? De acuerdo con ello, se puede llamar ejercicio «cuando la resolución prevé que se deban utilizar reglas y procedimientos ya aprendidos, aunque no estén consolidados. Los ejercicios, por tanto, entran en la categoría de las experiencias con el objetivo de verificación inmediata o de refuerzo» (D'Amore, 2007, p. 286). En el caso de Lopes (2014), los ejercicios son situaciones que pueden ser resueltas de manera rutinaria, mediante la aplicación de actividades mecánicas. Para Echeverría y Pozo (1998):

> (…) un problema difiere de un ejercicio en la medida en que, en este último caso, tenemos y utilizamos mecanismos que nos llevan, de manera inmediata, a la solución. Por lo tanto, es posible que la misma situación representa un problema para una persona mientras que para otra este problema no existe, ya sea porque ella no está interesada en la situación, o por qué tiene mecanismos para solucionarlo con una mínima inversión de recursos cognitivo y puedes reducirlo a un simple ejercicio. (Echeverria y Pozo, 1998, p. 16, traducción propia).

Dante (2009), también hace una distinción entre problema y ejercicio. En sus palabras «ejercicio, como el mismo nombre dice, sirve para ejercitar, para practicar determinado algoritmo o procedimiento. El estudiante lee el ejercicio y extrae las informaciones necesarias para practicar una o más habilidades algorítmicas» (Dante, 2009, p. 48, traducción propia), mientras que un problema/situación-problema/problema-proceso plantea una situación de algo «desconocido y que no se tienen previamente ningún algoritmo que garantice su resolución» (Dante, 2009). Para Kantowki (1981), citado por Borasi (1986), planea que «un problema es una situación que se diferencia de un ejercicio en que quien resuelve el problema no tiene un procedimiento o algoritmo que sin duda conducirá a una solución» (Borasi, 1986, p. 132, traducción propia).

A partir de estas lecturas, podría considerarse que un problema se diferencia de un ejercicio en que este último surge luego del aprendizaje de un algoritmo. El contexto en que se presenta la resolución de un ejercicio deja al estudiante con pistas de cómo enfrentarlo. Un problema no. Un ejercicio implica la aplicación de algoritmos mientras que un problema inicia con la incerteza de entenderlo, plantear escenarios de resolución, aplicarlos y verificarlos. Esto exigirá, evidentemente, un mayor tiempo del estudiante.

Por otro lado, ¿qué estrategia de resolución se ha planteado? Como afirma Morais y Onuchic (2021) «Pólya, para algunos, puede no haber sido pionero en trabajar con resolución de problemas» (Morais y Onuchic, 2021, p. 26, traducción propia); sin embargo, afirman las autoras, la historia muestra que «una visión más profunda y más comprensiva de la resolución de problemas en los currículos escolares de Matemática solo fue posible a partir de Pólya» (Kilpatrick, 1990, p. 14 citada por Morais y Onuchic, 2021, p. 26, traducción propia). A partir de estas afirmaciones, en la siguiente sección se presenta brevemente la resolución de problemas según George Pólya.

3.2 Resolución de problemas según Pólya

Lo primero a destacar del libro *How to solve it: a new aspect of mathematical method* (Cómo plantear y resolver problemas, en su versión española publicada en 1965) es que, aunque el texto se publicó en su primera edición en 1945 en la Universidad de Princeton, Pólya empezó a escribir el libro antes de radicarse en Estados Unidos en un primer borrador en alemán (O'Connor y Robertson, 2002). Frank (2004), indicó que Pólya había estado desarrollando sus métodos de enseñanza de Matemáticas con énfasis en la resolución de problemas, desde su experiencia docente en Zúrich. El impacto del libro en la comunidad fue tal que el libro, en la primera edición, había vendido un millón de copias. Hoy el libro tiene su versión en al menos diecisiete idiomas diferentes.

Pólya, en el prefacio de *How to solve it*, describe una de las preguntas que lo inquietaron y lo motivaron a escribir el libro:

> El autor recuerda la época en que él mismo era estudiante, un estudiante un tanto ambicioso, deseoso de entender un poco de Matemáticas y física. Escuchó conferencias, leyó libros, trató de comprender las soluciones y los hechos presentados, pero había una pregunta que lo inquietaba continuamente: «Sí, la solución parece funcionar, parece ser correcta, pero ¿cómo es posible inventar tal solución? Sí, este experimento parece funcionar, esto parece ser un hecho, pero ¿cómo puede la gente descubrir tales hechos? ¿Y cómo podría inventar o descubrir estas cosas por mí mismo?». (Pólya, 1957, p. vi, traducción propia).

En esta cita, es evidente la preocupación de Pólya porque tanto profesores como estudiantes desarrollen habilidades para la resolución de problemas. Para lograr este objetivo, Pólya propone en el libro diferentes métodos heurísticos para el tratamiento de problemas matemáticos. El método heurístico de Pólya tiene cuatro pasos (Tabla 11).

Tabla 11

¿Cómo resolver un problema? (según Pólya).

Primero Es necesario entender el problema.	**Comprensión del problema** ¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es posible satisfacer la condición?, ¿es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿o es insuficiente?, ¿o redundante?, ¿o contradictoria? Dibujar una figura. Escribe una notación adecuada. Separe las diferentes partes de la condición. ¿Es posible escribirlos?
Segundo Encuentre la conexión entre los datos y la incógnita. Es posible que se vea obligado a considerar problemas auxiliares si no puede encontrar una conexión inmediata. Tiene que llegar finalmente a un plan para la resolución.	**Planteamiento de un plan** • ¿Lo ha visto antes?, ¿o ha visto el mismo problema presentado en una forma ligeramente diferente? • ¿Conoce un problema relacionado?, ¿conoce un problema que podría serte útil? ¡Considera la incógnita! Y trate de pensar en un problema conocido que tenga la misma o similar incógnita. • Aquí hay un problema relacionado que se ha resuelto antes. ¿Es posible usarlo?, ¿es posible usar su resultado?, ¿es posible usar su método?, ¿debería introducirse algún elemento auxiliar para hacer posible su uso? • ¿Es posible reformular el problema?, ¿es posible reformularlo de otra manera? Vuelva a las definiciones. • Si no puede resolver el problema propuesto, intente resolver primero un problema relacionado. ¿Te imaginas un problema relacionado más accesible?, ¿un problema más genérico?, ¿un problema más específico?, ¿un problema análogo?, ¿es posible pensar en otros datos apropiados para determinar la incógnita?, ¿es posible variar la incógnita, o los datos, o todos ellos si es necesario, de tal forma que estén más próximos entre sí? • ¿Usó todos los datos?, ¿utilizó toda la condicionante?, ¿tomó en cuenta todas las nociones esenciales involucradas en el problema?
Tercero Ejecutar el plan.	**Ejecución del plan** Al ejecutar su plan de resolución, verifique cada paso. ¿Es posible verificar claramente qué paso está correcto?, ¿es posible demostrar que está correcto?
Cuarto Examinar la solución obtenida.	**Retrospectiva** ¿Es posible comprobar el resultado?, ¿es posible comprobar el argumento? ¿Es posible llegar al resultado de otra manera?, ¿es posible percibir esto de un vistazo? ¿Es posible usar el resultado, o el método, en algún otro problema?

Fuente: Pólya (995, p. xii-xiii, traducción propia).

El papel de la heurística en la resolución de problemas lo explica en *How to solve it* de esta manera: «El propósito de la heurística es estudiar los métodos y reglas de descubrimiento e invención... Heurística, como adjetivo, significa 'servir para descubrir'... su objetivo es descubrir la solución al problema presente» (Pólya, 1957, p. 112). Pólya creía que una buena educación era aquella que ofrecía a los estudiantes la oportunidad de resolver problemas sistemáticamente por sí mismos (Pólya, 1995). Para Frank (2004, p. 27-28), el pensamiento heurístico de Pólya estuvo fuertemente influenciado por el pensamiento tradicional de otros matemáticos y científicos húngaros, que habían estado introduciendo el pensamiento heurístico en el currículo de las escuelas húngaras desde principios del siglo XX.

Sin embargo, *How to solve it*, no fue el único libro que abordó su inquietud por la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Entre los libros más destacados en esta área se encuentran: Matemáticas y razonamiento plausible (1954), en el que da continuidad a los métodos heurísticos; Descubrimiento matemático que se publicó en dos volúmenes (1962 y 1965); y *The Stanford mathematics problem book* coescrito con Jeremy Kilpatrick en 1974. Pólya fue considerado como «el padre de la corriente actual que enfatiza la resolución de problemas en la enseñanza de las Matemáticas» (Alexanderson *et.al*, 198?, traducción propia).

El pensamiento de Pólya sobre la enseñanza de las Matemáticas en las escuelas primarias, lo que son las Matemáticas y hacer Matemáticas, y el papel que debería tener, también fue evidente en muchas de sus frases. Pólya destacó el papel de las Matemáticas en la creación de pensamiento de los estudiantes y la necesidad de que el estudiante tenga un papel protagónico:

> (…) las Matemáticas no son un deporte para espectadores (…) entender las Matemáticas significa tener la capacidad de hacer Matemáticas. ¿Y qué significa hacer Matemáticas? En primer lugar, significa ser capaz de resolver problemas matemáticos [...] el punto principal en la enseñanza de las Matemáticas es desarrollar tácticas para resolver problemas. (O'Connor y Robertson, 2002, traducción propia, párr. 28).

Sobre la docencia, dijo que: «la docencia no es una ciencia; es un arte. Si la enseñanza fuera una ciencia, habría una mejor manera de enseñar y todos tendrían que enseñar así» (O'Connor y Robertson, 2002, párr. 30).

La influencia de George Pólya en la enseñanza de las Matemáticas es innegable. Sobre él Alan Schoenfeld, citado por O´Connor y Robertson (2002), describe el papel que desempeñó: «para la Educación Matemática y el mundo de la resolución de problemas marcó una línea de demarcación entre dos eras, la resolución de problemas antes y después de Pólya» (párr. 23).

En este capítulo existen algunos cuestionamientos acerca de qué entender por problema y cómo se diferencia este de un ejercicio. Dado que uno de los objetivos de esta investigación es categorizar los ítems de la prueba PAES en la asignatura de Matemática, a partir de tipologías de problemas, en la siguiente sección se presentan algunas categorizaciones de ejercicios/problemas que servirán de criterios didácticos de categorización (CDC).

3.3 Tipología de problemas: propuestas de Pólya (1995), Borasi (1986), Dante (2009), Conejo y Ortega (2013)

En la literatura existen distintas propuestas de clasificación de problemas de Matemática. Dado que este estudio tiene como objetivo la clasificación de los problemas presentados en la prueba PAES de Matemática, es importante traer a discusión algunas propuestas de categorización de distintos autores. Para ello, se muestra la categorización de problemas según Pólya (1995), Dante (2009), Borasi (1986) y Conejo y Ortega (2013). Al final de esta sección se proponen las categorías que ayudarán a clasificar los problemas en esta investigación.

3.3.1 Tipos de problema según Pólya (1995)

Si bien Pólya es reconocido por su papel clave en la resolución de problemas, en su libro *How to solve it*, no sería exacto decir que presentó una teoría de tipología de problemas; sin embargo, en ese texto se exponen algunos rasgos caracterizadores de tipos de problemas, a decir, problemas rutinarios, problemas de determinación, problemas de demostración y problemas prácticos (Pólya, 1995, p. 124-129).

Para Pólya (1995), de forma general, un *problema rutinario* es aquel que puede ser solucionado por la sustitución de datos específicos en el problema genérico resuelto antes, o por el seguimiento, paso a paso, de algún ejemplo muy conocido. Para ejemplificarlo, Pólya presenta la ecuación x^2-3x+2=0. El objetivo de un *problema de determinación* es encontrar un objeto determinado, la incógnita del problema. Los problemas de determinación pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos, simples o compuestos. Podemos buscar determinar incógnitas de todo tipo; podemos tratar de encontrar, calcular, obtener, producir, graficar, construir todo tipo de objeto imaginable. Las partes principales de un problema de determinación son la incógnita, los datos y el condicionante. Para resolverlos es necesario conocer, con gran extenuación, sus partes principales, la incógnita, los datos y el condicionante. Este tipo de problemas son importantes en la Matemática elemental; ejemplos de ellos pueden ser los presentados en el álgebra elemental, donde la incógnita es un número o en la geometría en la que la incógnita es una figura.

El objetivo de un *problema de demostración* es mostrar conclusivamente que cierta afirmación, claramente enunciada, es verdadera o falsa. La pregunta para responder es: ¿esa afirmación es verdadera o falsa? Las partes de «un problema matemático común» en esta categoría es la hipótesis y la conclusión del teorema a ser probado o refutado. Este tipo de problema es importante en la Matemática superior. Un ejemplo de este tipo sería demostrar el teorema de Pitágoras. Por último, *los problemas prácticos* son diferentes, en diversos aspectos, de los problemas puramente matemáticos, aunque sus principales motivos y procesos sea similares. Los problemas de este tipo podrían asemejarse a los que se presentan en las ingenierías. Para resolverlos se necesita un conjunto de conocimientos previamente adquiridos; ejemplos de este tipo se podrían encontrar en la ingeniería.

El lector podrá notar que a partir de estas ideas la categorización de enunciados queda bastante complicada. Se puede decir que el objetivo de una categorización es poder evidenciar fronteras entre ellas y que cualquier lector, aunque no esté de acuerdo en una clasificación, podrá entender el sentido que se siguió. Esta lectura del trabajo de Pólya dificulta la clasificación que se espera realizar en este trabajo. Sin embargo, lo importante es tener en cuenta al estudiar la categorización que esta no tenía una intención didáctica, y su objetivo era un contexto más amplio que el del aula de Matemática escolar. Algo muy diferente en el objetivo y su explicitación que se encuentra en la propuesta de Luiz Roberto Dante, que se muestra en la sección siguiente.

3.3.2 Tipos de problema según Dante (2009)

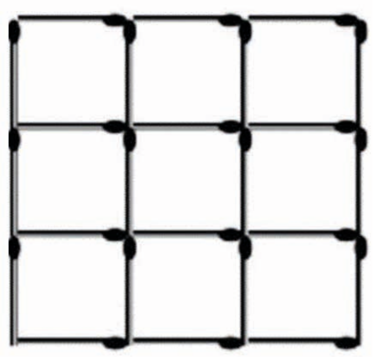
Los tipos de problemas de Dante (popular autor de colección de libros de Matemática en Brasil), presentan una diferencia entre ejercicios y problemas. Para Dante (2009), un buen problema tiene las siguientes características: ser desafiante para el estudiante, ser real para el estudiante, ser del interés del estudiante, ser el elemento desconocido de un problema realmente desconocido, no consistir en la aplicación directa de una o más operaciones aritméticas, y tener un nivel adecuado de dificultad.

La clasificación de los problemas está en función de las tareas Matemáticas que debe enfrentar el estudiante para resolverlos. La resolución de los problemas que propone Dante está basada en la propuesta de Pólya (1995). Esta clasificación se presenta en la Tabla 12:

Tabla 12

Tipos de problemas según Dante (2009).

Categoría	Definición	Ejemplo
Ejercicios de reconocimiento	Su objetivo es hacer que el estudiante reconozca, identifique o recuerde un concepto, un hecho específico, una definición, una propiedad, etc.	Dados los números 2, 5, 10, 103, 156 y 207, ¿cuáles son pares?
		¿Una centena es equivalente a cuantas decenas?
Ejercicios de algoritmos	Son aquellos que pueden ser resueltos paso a paso. Su objetivo es entrenar la habilidad de ejecutar un algoritmo y reforzar conocimientos anteriores.	Calcule el valor de: [(3x4) + 2] / 7
		Efectúe: 128+79

Categoría	Definición	Ejemplo
Problemas padrón	Su resolución envuelve la aplicación directa de uno o más algoritmos aprendidos anteriormente y no exigen ninguna estrategia. Su solución está incluida en el propio enunciado, y la tarea básica es transformar el lenguaje usual en lenguaje matemático, identificando las operaciones o algoritmos necesarios para resolverlos. Los problemas padrón pueden ser simples (una operación) o compuestos (varias operaciones).	Problema simple: en una clase hay 17 niños y 22 niñas, ¿cuántos estudiantes hay en clase? Problema compuesto: Hugo, Mariana y Guillermo tienen 90 estampillas. Sabiendo que Hugo tiene 32 estampillas y los otros dos poseen cantidades iguales, determine el número de estampillas de cada uno.
Problemas de proceso o heurísticos	Son problemas cuya resolución envuelve operaciones que no están contenidas explícitamente en el enunciado. En general, no pueden ser traducidos directamente al lenguaje matemático, ni resueltos por la aplicación automática de algoritmos, pues exigen del estudiante un tiempo para pensar y articular un plan de acción, una estrategia que pueda llevarlo a la resolución.	En una reunión de equipo hay seis estudiantes. Si cada uno da un apretón de manos con todos los demás, ¿cuántos apretones de mano tendremos en total?
Problemas de aplicación	Son aquellos que retratan situaciones reales del día a día y que exigen el uso de la Matemática para ser resueltos. Son también llamados situación-problema contextualizados. Por medio de conceptos, técnicas y procedimientos matemáticos se busca matematizar una situación real, organizando datos en tablas, trazando gráficos, haciendo operaciones, etc. En general, son problemas que exigen investigación y levantamiento de datos.	Para hacer un informe, un director de escuela necesita saber cuál es el gasto mensual, por estudiante, que él tiene con la merienda escolar. ¿Vamos a ayudarlo a hacer esos cálculos?: a. ¿Cuántos estudiantes comen la merienda por día?, ¿por mes?; b. ¿Cuántos kilos de arroz, macarrón, tomate, cebolla, sal, etc. recibe la escuela por mes?; c. ¿Cuál es el precio actual, por kilo, de cada uno de esos alimentos?; d. ¿Cuál es el salario mensual de la cocinera?; e. ¿Cuánto se gasta de gas?
Problemas quiebra cabeza	Son problemas que envuelven y desafían a los estudiantes. Generalmente constituyen la llamada Matemática recreativa, y su solución depende, casi siempre, de un golpe de suerte o de la facilidad de percibir algún truco, alguna regularidad, que es la llave de la solución.	Con 24 palitos de fósforo, forme 9 cuadritos, como se muestra en la figura abajo. ¿Cómo se puede hacer para quitar solo 4 palitos y dejar cinco cuadritos? 

Fuente: elaboración propia basado en Dante (2009, p. 24-28, traducción propia).

La tipología de problemas presentada por Dante podría considerarse como un intento de leer didácticamente la propuesta de Pólya. En ella, Dante diferencia los enunciados formulados a los estudiantes en seis categorías: *ejercicios de reconocimiento; ejercicios de algoritmos; problemas padrón; problemas de proceso o heurísticos; problemas de aplicación; y problemas quiebra cabeza*. Los ejercicios de reconocimiento se distinguen de los ejercicios de algoritmo porque estos últimos tienen un carácter de entrenamiento, de refuerzo de un conocimiento matemático aprendido y su solución se da siguiendo paso a paso el algoritmo determinado.

Los ejercicios de algoritmo tienen ese mismo objetivo comparado con los problemas padrón, solo que estos requieren para su resolución una transformación de lenguaje cotidiano al matemático. Una vez hecho eso, la resolución se da como en los ejercicios de algoritmo: paso a paso, ya sea con operación simple o compuesta. Los problemas padrón se diferencian de los problemas heurísticos en que estos, a pesar de tener una estructura similar a los enunciados, los problemas heurísticos no tienen una solución implícita, es decir, requieren de mayor tiempo del estudiante para pensarlo y podrían incluir el diseño de un esquema o estrategia que requerirá idas y venidas. Los problemas de aplicación van más allá de los problemas heurísticos porque además del diseño de un plan, invitan al estudiante a buscar la información necesaria para su resolución ya que esta no se encuentra en el enunciado. Por último, los problemas quiebra cabeza, Dante los ubica dentro de la Matemática recreativa y requieren para su resolución el diseño de estrategias y búsqueda de información, pero tienen no tienen un objetivo necesariamente didáctico.

La propuesta de Dante para tipificar los problemas presentados a los estudiantes es muy interesante y trae, sin duda, un avance en la interpretación de la propuesta de Pólya. En la siguiente sección se presenta la propuesta de Borasi.

3.3.3 Tipos de problemas según Borasi (1986)

Un salto en el análisis de los problemas y ejercicios matemáticos presentados a los estudiantes lo encontramos en *On the nature of problems, de Rafaella Borasi*, publicado en 1986. Borasi reconoce la importancia que tiene en la Educación Matemática la resolución de problemas y cómo esta ha incidido en el currículo, en la evaluación, en la investigación y en la formación docente. No obstante, ella señala ciertos vacíos en estos campos a la hora de entender qué es un problema. Para ella, esta dificultad de comprender qué es y qué no es un problema refleja la dificultad de analizar las actividades Matemáticas que enfrentan los estudiantes; pero que un avance en esta discusión podría encontrase en entender sus características. De esa forma, Borasi (1986, p. 128) hace su clasificación a partir de cuatro características a las que llama elementos estructurales:

a. La formulación del problema- la definición explícita de la tarea a realizar;
b. El contexto del problema: la situación en la que está incrustado el problema;
c. El conjunto de soluciones que podrían considerarse aceptables para el problema dado; y
d. Los métodos de aproximación que podrían utilizarse para llegar a la solución.

Borasi discute estos elementos estructurales de los problemas considerando una lista de doce ejercicios y problemas, que se presentan en la Tabla 13.

Tabla 13

Lista de ejemplos para la tipología según Borasi (1989).

i. María compró una hamburguesa por USD 0.90 y una Coca-Cola por USD 0.30. Si el impuesto local sobre las ventas es del 5 %, ¿cuánto cambio debería recibir si le da al empleado USD 2,00? (Kantowski, 1981).
ii. Tiene treinta y tantos años, sus hijos están en la escuela, su esposo se está haciendo un nombre en su profesión y usted está aburrida (Adams, 1974, p. 21).
iii. Una mosca y un tren están a 15 km de distancia. Viajan uno hacia el otro a razón de 7 km/h para la mosca y 3 km/h para el tren. Cuando se encuentran, la mosca gira y regresa a su punto de partida. Una vez que lo alcanza, la mosca vuelve a girar y se dirige de nuevo hacia el tren. La mosca hace esto hasta que es aplastada. ¿Cuántas veces la mosca y el tren se encuentran?, ¿Cuánto habrá recorrido la mosca cuando sea aplastada? (Marrón, 1981).
iv. La esposa de Hans se está muriendo. El farmacéutico ha descubierto un medicamento que curaría su enfermedad, pero lo vende a un precio que Hans no puede pagar. ¿Hans debería robar la medicina? (Kohlberg, 1981, p. 12).
v. Se deben ensamblar seis fósforos para formar cuatro triángulos equiláteros congruentes, cada lado de los cuales es igual a la longitud de los fósforos. (Scheerer, 1963, p. 119).
vi. Considere los siguientes tripletes pitagóricos:

3 4 5
5 12 13
8 15 17
7 24 25
(Brown-Walter, 1970).

vii. Demostrar que la fórmula:

$a=2mn$
$b = m^2 - n^2$, para cualquier par de números naturales n y m
$c= m^2 + n^2$
da todas las soluciones integrales de $a^2 + b^2 = c^2$.

viii. La línea de autobuses de tu ciudad va a ser modificada para ser más eficiente. Estás invitado a dar tu ayuda como matemático.
ix. El teorema fundamental de la aritmética en N afirma que cualquier número puede representarse como un producto de números primos exactamente de una manera (si ignoramos las cuestiones de orden). Comente el estado de las cosas si reemplazamos producto por suma. (Brown, 1978, pp. 100-101).
x. Encuentra el resultado de 4 x 2 + 6 x 3.
xi. Demostrar: si a, b, c son enteros impares, entonces las raíces de ax2+bx+c=O no son racionales. (HT11, 1974, p. 9).
xii. Los Nelson desean alfombrar una pequeña habitación de forma irregular. Al hacer esto, quieren estimar la cantidad de alfombra que necesitarán comprar. (Kieren, 1979, p. 24).

Fuente: Borasi (1986, p. 127, traducción propia).

La formulación del problema Borasi cita a Adams (1974) quien considera que «este es el primer paso para la solución del problema» (Borasi, 1986, p. 128, traducción propia).

> La formulación del problema puede aparecer ya en el texto del problema mismo en forma de preguntas específicas que deben responderse (ver por ejemplo (i) y (iii)), o indicando la tarea que debe realizarse (como en (v)). Por otro lado, puede dejarse principalmente en manos del solucionador de problemas (como en (ii), (vi), (viii) y (ix)); en este caso, diferentes individuos probablemente saldrán con diferentes formulaciones dependiendo de su interpretación del problema, su interés, su participación, etc. (Borasi, 1986, p. 129, traducción propia).

Para la autora, la formulación del problema puede modificar el enfoque del mismo y por ende su solución. Respecto al *Contexto del problema* Borasi lo entiende como «la situación en la que se inserta el problema. El papel principal del contexto parece ser el de proporcionar al solucionador de problemas la información que puede permitir la solución del problema» (Borasi, 1986, p. 129, traducción propia). Considerando los ejemplos de la Tabla 13, Borasi sostiene que en general «el contexto está contenido, al menos parcialmente, en el texto del problema mismo. En unos pocos casos, (como en (i) y (iii)) el contexto puede estar completamente dado en el texto del problema mismo» (Borasi, 1986, p. 129, traducción propia).

Borasi llama soluciones del problema al conjunto de alternativas de resolución aceptables al problema, pudiendo ser las que admitan una solución única y clara como es el caso de los ejemplos (i), (iii); varias soluciones como en (ii), (ix) y (xi); soluciones aproximadas o incluso ninguna solución. Por último, Borasi considera el *método de aproximación a la solución* de la siguiente manera:

> Los métodos, estrategias o actividades que pueden ser útiles a la hora de abordar un problema concreto e intentar solucionarlo. Deben incluir: formas de recopilar la información necesaria; estrategias de planteamiento de problemas, con el fin de formular o reformular adecuadamente el problema; heurísticas que podrían ayudar a llegar a una solución una vez formulado el problema e identificado el contexto. (Borasi, 1986, p. 132, traducción propia).

Borasi considera que esta última interpretación de las soluciones ha sido la preferida por muchos autores para hacer la distinción de los problemas. Con estos elementos estructurales en mente, Borasi tipifica los problemas en siete categorías: *ejercicio; problema con texto; problema-puzzle (rompecabezas); prueba de conjetura; problemas de la vida real; situación problemática; y situación*. La clasificación, descripción y ejemplificación de estas categorías pueden observarse a continuación en la Tabla 14:

Tabla 14

Clasificación de ejercicios/problemas Borasi (1986).

Categoría	Contexto	Formulación	Soluciones	Método de aproximación a la solución	Ejemplo
Ejercicio	Inexistente	Única y explícita	Mayoritariamente única y exacta	Combinación de conocimiento y algoritmos	(x)
Problema con texto	Todo explícito en el texto	Única y explícita	Mayoritariamente única y exacta	Combinación de conocimiento y algoritmos	(i)
Problema-*Puzzle*	Todo explícito en el texto	Única y explícita	Mayoritariamente única y exacta	Elaboración de un nuevo algoritmo-acto de reformulación de la percepción	(iii), (v)
Prueba de conjetura	Parcialmente en el texto- conocimientos teóricos son asumidos	Única y explícita	Generalmente, pero no necesariamente único	Elaboración de un nuevo algoritmo- elaboración de un nuevo algoritmo	(vii), (xi)
Problema de la vida real	Parcialmente en el texto	Parcialmente dada- muchas alternativas posibles	Muchas posibles- solo soluciones aproximadas	Elaboración de un nuevo algoritmo- creación de un modelo	(viii), (xii), (iv)
Situación problemática	Parcialmente en el texto- problemática	Muchas sugeridas implícitamente -se puede dar una explícita	Muchas posibles	Elaboración de un nuevo algoritmo- planteamiento del problema	(ii), (ix)
Situación	Parcialmente en el texto- no problemática	Inexistente- ni siquiera implícitamente	La creación de un problema	Planteamiento del problema	(vi)

Fuente: elaboración propia basado en Borasi (1986, p. 134, traducción propia).

Por consiguiente, la propuesta de tipología de Borasi resulta muy interesante para la categorización que se pretende hacer en el estudio; sin embargo, y tal como lo plantea Borasi, ella ofrece esta tipología a modo de propuesta que puede ser ampliada y discutida por la comunidad en Educación Matemática, especialmente, porque su clasificación estaba vinculada con su experiencia como investigadora en Estados Unidos e Italia. Precisamente, una relectura de esta tipología es presentada por Conejo y Ortega en 2013. Esta se desarrolla en la sección siguiente.

3.3.4 Tipos de problemas según Conejo y Ortega (2013)

Conejo y Ortega retoman la propuesta de Borasi haciendo una ampliación y reinterpretación de los elementos estructurales: *contexto, soluciones*. Sobre el contexto, los autores comentan que este puede tener dos vertientes: contexto matemático, en donde «las situaciones descritas están completamente contextualizadas en un área de las Matemáticas (álgebra, geometría, combinatoria, estadística…) y suelen proponerse en el aula para aplicar los contenidos presentados» (Conejo y Ortega, 2013, p. 146); y los problemas contexto no necesariamente matemático se «presentan en una situación artificialmente real y debidamente preparada para aplicar los contenidos presentados» (*ibídem*, p. 146).

Los autores consideran que estos casos, en términos de su solución, distinguen nuevamente dos soluciones distintas: a) Aquellas que requieren aplicación inmediata de los contenidos presentados y su formulación es única y explícita; y b) Las que requieren una combinación de etapas o una reformulación de la situación que podrían presentar varias soluciones. A partir de esta relectura, los autores proponen cuatro categorías: *ejercicios, ejercicios contextualizados, problemas contextualizados, ejercicios con texto y problemas con texto*. El resto de las categorías propuestas por Borasi (1989) se mantienen con algunas reintepretaciones. Esta categorización se presenta en la Tabla 15.

Tabla 15

Reformulación de clasificación de ejercicios/problemas de Borasi (1986), por Conejo y Ortega.

Tipo de problema	Contexto	Formulación	Soluciones	Método
Ejercicio	Inexistente	Única y explícita	Única y exacta	Aplicación inmediata de algoritmos conocidos. Están implícitos en el enunciado
Ejercicio contextualizado	Contexto matemático. Todo explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Aplicación inmediata de contenidos no implícitos en el enunciado
Problema contextualizado	Contexto matemático. Todo explícito en el texto	Única o con varias alternativas	Única o varias	Combinación de conocimiento y algoritmos
Ejercicio con texto	Contexto explícito, no necesariamente matemático	Única y explícita	Única y exacta	Aplicación inmediata de contenidos no implícitos en el enunciado

Tipo de problema	Contexto	Formulación	Soluciones	Método
Problema con texto	Contexto explícito, no necesariamente matemático	Única y o con varias alternativas	Única o varias	Combinación de etapas calculando incógnitas intermedias, creación de problemas
Puzzle	Explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Elaboración de un nuevo algoritmo. Acto de ingenio
Prueba de conjetura	Explícito en el texto solo de forma parcial, teorías conocidas son asumidas	Única y explícita	Por lo general única, pero no necesariamente	Exploración del contexto, reformulación, elaboración de nuevos algoritmos
Problema de la vida real	Explícito en el texto solo de forma parcial	Parcialmente dada. Algunas alternativas posibles	Muchas posibles de forma aproximada	Exploración del contexto, reformulación, creación de un modelo
Situación problemática	Solo parcial en el texto, problemática	Implícita, se sugieren varias problemáticas	Varias. Pueden darse de forma explícita	Exploración del contexto, reformulación, plantear el problema
Situación	Solo parcial en el texto, no problemática	Inexistente, ni siquiera implícitamente	Creación del problema	Formulación del problema

Fuente: elaboración propia, basado en Conejo y Ortega (2013, p. 149).

Luego de la presentación de algunas categorizaciones de problemas en Matemática, la que mejor se aproxima a los objetivos del estudio y que puede satisfacer las necesidades planteadas es la reformulación de la propuesta de Borasi (1986), hecha por Conejo y Ortega (2013). No obstante, es necesario hacer unas reinterpretaciones, especialmente, porque en este estudio se busca clasificar problemas propuestos en pruebas estandarizadas y estos tienen unas características diferentes de las actividades Matemáticas en el aula, que es el contexto que han tomado los autores. En adelante, se presenta la propuesta que direccionará el análisis didáctico.

3.4 Categorías para el análisis didáctico en el estudio

A partir de las tipologías de problemas de Borasi (1986), Dante (2009) Conejo y Ortega (2013), se analizaron los problemas de Matemática propuestos en la PAES 2014-2018 a partir de las ocho categorías siguientes: *ejercicio pseudo-contextualizado; ejercicio; ejercicio de algoritmo; problema de algoritmo; ejercicio contextualizado; problema contextualizado; puzzle; y prueba de conjetura*. Para la construcción de estas categorías se retoman los elementos estructurales de Borasi; sin embargo, se excluye de este análisis la solución, dado que, al ser una clasificación de ítems de una prueba, estos siempre tendrán una solución y, generalmente, única.

Como podrá notar el lector, queda incluida la categoría ejercicio *pseudo-contextualizado*. Este tipo de problema es aquel que disfraza, mediante imágenes, esquemas o texto, una situación real para la justificación de la aplicación de un algoritmo; a pesar de esto, ninguno de esos elementos es necesario para la resolución del problema y su contexto no es ni matemático ni real. Su solución es la aplicación inmediata del algoritmo. La categoría *ejercicio* es mantenida igual como es entendida por Borasi (1986) y Conejo y Ortega (2013); es un problema cuya resolución está implícita en el enunciado.

Las categorías *ejercicios de algoritmo y problema de algoritmo* son los que Conejo y Ortega (2013) llaman *ejercicio contextualizado y problema contextualizado*, respectivamente. Esta modificación se debe a que en la cultura Matemática salvadoreña un ejercicio o problema contextualizado se refiere a la descripción de una situación no necesariamente Matemática, y puede llegar a confundirse. Así, los ejercicios y problemas de algoritmo son problemas con un contexto claramente matemático. De igual forma, las categorías *ejercicio contextualizado y problema contextualizado* son los que Conejo y Ortega denominan ejercicio con texto y problema con texto, respectivamente. Los ejercicios y problemas contextualizados requieren la reinterpretación de un enunciado que será transcrito al lenguaje matemático.

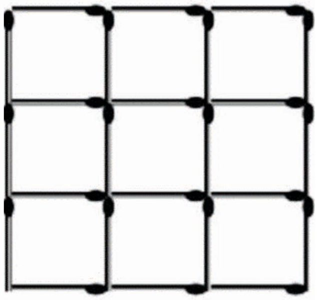
Para estas categorías se mantiene la diferencia entre ejercicio y problema, es decir, el ejercicio es la aplicación directa de un algoritmo y hay una familiaridad con los ejercicios resueltos en clase y en libros de texto; mientras que los problemas requieren un pensamiento mayor, no está claro qué algoritmo se debe hacer e implica la formulación de distintos caminos para su solución.

Las categorías *puzzle* y *prueba de conjetura* se mantienen igual a como son entendidas por Borasi (1986) y Conejo y Ortega (2013). Los problemas *puzzle* son similares a los problemas quiebra cabeza que plantea Dante (2009), mientras que se entiende por *conjetura* cuando se invite al estudiante a un nivel de demostración o generalización. Por último, las categorías *problema de la vida real; situación problemática y situación* de estos autores no serán consideradas por la propia naturaleza de las pruebas, aunque su exclusión generó un fuerte debate. Así, el resumen de la tipología de problema del estudio (TPE), para el análisis didáctico de los ítems de Matemática de la PAES 2014-2018, objeto en esta investigación, se encuentran en la Tabla 16, a continuación:

Tabla 16

Tipología de problemas del estudio (TPE), a partir de la reformulación de los tipos de problemas según Borasi (1986), Dante (2009), Conejo y Ortega (2013).

Tipo de ítem	Contexto	Formulación	Método	Ejemplo
Ejercicio pseudo-contextualizado	Contexto irreal. Esconde la aplicación de algoritmo entre imágenes y palabras no necesarios para su solución	Única y explícita	Se ignora el enunciado y se procede a la aplicación inmediata del algoritmo	Calcula la altura del monumento a los Próceres, ubicado en el centro de la plaza Libertad de San Salvador. (Mineducyt, 2019, p. 141) 
Ejercicio	Inexistente	Única y explícita	Aplicación inmediata de algoritmos conocidos. Todos los datos están en el enunciado	Suma de los números 4, 5 y 6 es:
Ejercicio de algoritmo	Contexto matemático. Todo explícito en el texto	Única y explícita	Aplicación inmediata de contenidos no implícitos en el enunciado	Encuentra el MCM de 60 y 90
Problema de algoritmo	Contexto matemático. Todo explícito en el texto	Única y o con varias alternativas	Combinación de conocimiento y algoritmos	Encuentre la altura de un triángulo si su área es de 78 cm cuadrados y su base es de 6 cm
Ejercicio contextualizado	Contexto explícito, no necesariamente matemático	Única y explícita	Aplicación inmediata de contenidos no implícitos en el enunciado. Implica la traducción al lenguaje matemático	En una clase hay 17 niños y 22 niñas. ¿Cuántos estudiantes hay en la clase? (Dante, 2009, p. 25)
Problema contextualizado	Contexto explícito, no necesariamente matemático	Única o con varias alternativas	Combinación de etapas calculando incógnitas intermedias. Implica la traducción al lenguaje matemático	Juan quiere adoquinar su patio rectangular con baldosas con forma de hexágono regular. Estas baldosas miden 12 cm de lado. Si su patio tiene unas dimensiones de 4 metros de largo y 2.5 de ancho y en cada caja hay 15 losetas, ¿cuántas cajas debe comprar Juan para adoquinar el patio? (Conejo y Ortega, 2013, p. 148)

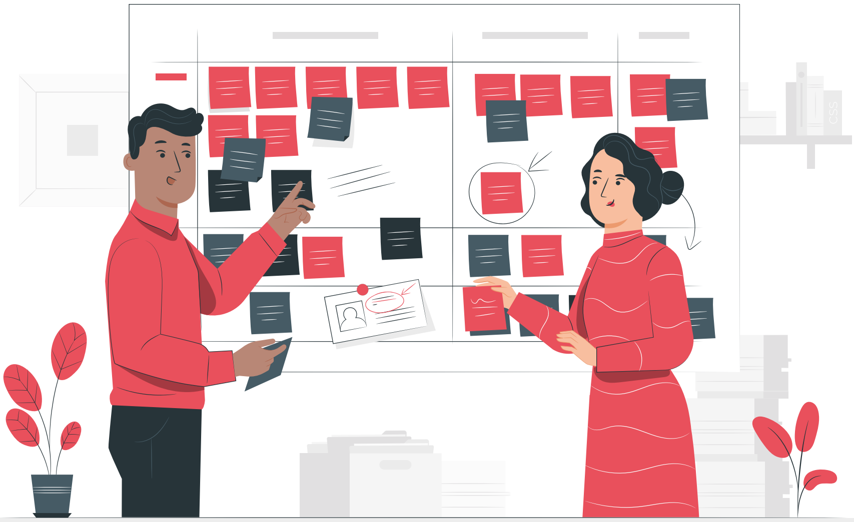
Tipo de ítem	Contexto	Formulación	Método	Ejemplo
Puzzle	Explícito en el texto	Única y explícita	Elaboración de un nuevo algoritmo. Acto de ingenio	Con 24 palitos de fósforo, forme 9 cuadritos, como se muestra en la figura abajo. ¿Cómo se puede hacer para quitar solo 4 palitos y dejar cinco cuadritos? (Dante, 2009, p. 28) 
Prueba de conjetura, generalización o demostración	Explícito en el texto solo de forma parcial, teorías conocidas son asumidas	Única y explícita	Exploración del contexto, reformulación, elaboración de nuevos algoritmos. Elaboración de alguna demostración	Si tenemos los números 1, 2, 3, … n. ¿Cuál será la suma de todos esos números?

Fuente: elaboración propia, basado en Borasi (1986), Dante (2009), Conejo y Ortega (2013).

En el siguiente capítulo se presentan los problemas de Matemática de la PAES de los años 2014 a 2018, y su análisis curricular y didáctico.

CAPÍTULO IV

La PAES en Matemática 2014-2018: un análisis curricular y didáctico



En este capítulo se describe el análisis de los problemas de Matemática propuestos en la prueba PAES en los años 2014 a 2018, a partir de un análisis curricular y didáctico. La presentación y análisis de los problemas se hace por año en el orden siguiente: primero se describen los ítems/problemas de la PAES de Matemática con su enunciado y opciones de respuesta; en seguida, aparece la tabla con el análisis curricular, que categoriza cada ítem de la prueba según el esquema curricular, que surge de los criterios curriculares de categorización (CCC); luego aparece la tabla con el análisis didáctico, que categoriza cada ítem/problema según los criterios didácticos de categorización (CDC), en ese sentido, a partir de la tipología de problemas del estudio (TPE) construida en el capítulo anterior. Por último, se desarrolla un análisis concluyente de los resultados por año. El capítulo cierra con un análisis curricular y didáctico general de los problemas de Matemática de la PAES en esos años.

De este modo, en la sección siguiente se presenta el análisis de los problemas de Matemática de la PAES 2014.

4.1 Ítems, análisis curricular y didáctico de PAES-Matemática: año 2014

4.1.1 Ítems de la PAES Matemática 2014

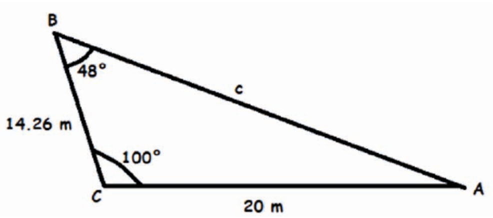
En la Tabla 17, se presentan los ítems de la prueba PAES en la asignatura de Matemática del año 2014, según el orden que aparecen en la versión publicada por el Mineducyt (2014a). Usualmente los cuadernillos se compartían según clave (ya que era presencial, se creaban cuatro claves que reordenaban los ítems), no obstante, aquí no se especifica qué versión es. Los ítems se presentan exactamente como fueron escritos sin corregir errores ortográficos o gramaticales.

Tabla 17

Ítems de Matemática en PAES 2014.

1. El historial de un jugador de baloncesto es acertar el 80% de sus tiros libres. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad que en los próximos cinco lanzamientos tres sean efectivos?			
A. $\left(\frac{5}{3}\right)(0.8)^3(0.2)^2$	B. $\left(\frac{5}{3}\right)(0.8)^3(0.2)^2$	C. $\left(\frac{5}{3}\right)(0.8)^3(0.2)^2$	D. $\left(\frac{5}{3}\right)(0.8)^3(0.2)^2$
2. ¿Cuál es el término general de la siguiente sucesión: 3, 7, 11, 15,…?			
A. $a_n = 6n - 3$	B. $a_n = 4n - 3$	C. $a_n = 3n$	D. $a_n = n + 3$
3. Un estudiante de bachillerato quiere saber la nota que debe sacar en el examen de mañana, para aprobar la asignatura con al menos 6.2 en la nota final. La nota final se calcula valorando en un 70% el examen y un 30% las actividades (ejercicios de clase, trabajos, etc.). Si el estudiante sabe que su nota de actividades es 9, ¿cuál de los siguientes planteamientos modela la situación anterior?			
A. $x+0.3(9)\leq 6.2$	B. $0.7x+0.3(9)\leq 6.2$	C. $0.7x+0.3(9)\geq 6.2$	D. $\mathrm{x}+0.3(9)\geq 6.2$

4. Un profesor de Matemática trazó un triángulo en la pizarra con los siguientes datos. ¿Cuántos metros mide el lado "c"?



A. 34.26 m	B. 26.50 m	C. 32.00 m	D. 24.56 m

5. Un grupo de estudiantes hicieron una encuesta entre sus compañeros de bachillerato; preguntaron sobre dos variables estadísticas particulares: la primera era sobre la profesión de sus padres y la segunda sobre la estatura del encuestado. Estas variables son de los tipos:

A. Ordinal y discreta	B. Nominal y continua
C. Nominal y discreta	D. Continua y ordinal

6. Dado que x es una variable aleatoria con distribución normal, de media 3 y desviación típica 4, ¿cuánto es el valor de $P(3 \leq x \leq 4)$

A. 0.2500	B. 0.1985	C. 0.1293	D. 0.0987

7. Mayra es una estudiante que desea identificar entre las siguientes sucesiones, la que es geométrica. Si lo hizo correctamente, ¿cuál seleccionó?

A. 3, 6, 12, 18, ...	B. 2, 4, 6, 8, ...	C. 4, 8, 16, 32, ...	D. 1, 2, 3, 4, ...

8. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones de línea recta representan la que pasa por el punto (1,2) y tiene pendiente 3?

A. $y - 3x - 1 = 0$	B. $y - 3x + 1 = 0$	C. $x - 3y + 5 = 0$	D. $x + 3y - 5 = 0$

9. Daniel participa de un juego que consiste en lanzar una moneda 4 veces. El ganará si obtiene 3 caras, ¿cuál es la probabilidad que tiene de jugar?

A. $\frac{1}{4}$	B. $\frac{3}{4}$	C. $\frac{3}{16}$	D. $\frac{3}{8}$

10. En una caja hay siete bolígrafos rojos y cuatro bolígrafos negros, ¿cuál es la probabilidad que al sacar un bolígrafo, al azar, este sea rojo?

A. $\frac{1}{4}$	B. $\frac{3}{4}$	C. $\frac{3}{16}$	D. $\frac{3}{8}$

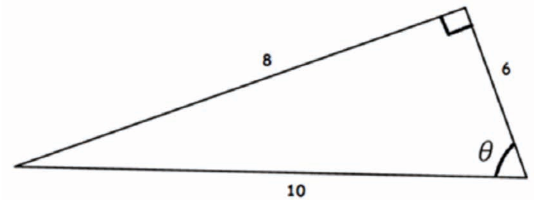
11. Suponiendo que en San Salvador solo hay diez autobuses que circulan entre San Salvador y San Martin. Bajo estas condiciones, ¿de cuántas maneras podría viajar una persona de San Salvador a San Martin y regresar en un autobús diferente?

A. 9	B. 10	C. 19	D. 90

12. Selecciona el procedimiento que se ha desarrollado de forma correcta.

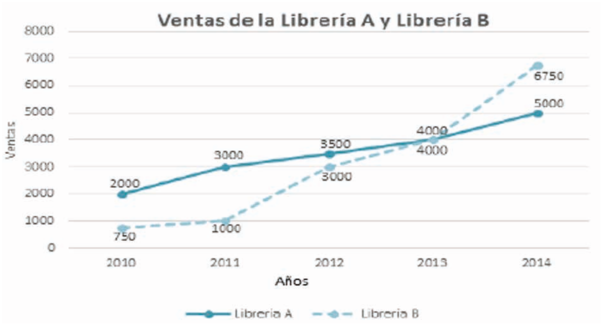
A. $log_2\ (x\text{-}5)=1$ $\rightarrow 2^1=x\text{-}5 \rightarrow x=5+2$	B. $log_2\ (x\text{-}5)=1$ $\rightarrow x\text{-}5= log_2\ (1) \rightarrow x=log_2\ (1)+5$
C. $log_2\ (x\text{-}5)=1$ $\rightarrow\ x - 5 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} + 5$	D. $log_2\ (x\text{-}5)=1$ $\rightarrow x\text{-}5=2(1) \rightarrow x=2(1)+5$

13. En el siguiente triángulo, ¿qué valor le corresponde a sen (\)?



A. $\frac{8}{6}$	B. $\frac{6}{8}$	C. $\frac{10}{8}$	D. $\frac{8}{10}$

14. El siguiente gráfico presenta información sobre las ventas de la librería A y la librería B, durante 5 años.



¿Cuál de las siguientes aseveraciones es correcta?

A. Las ventas de la librería B siempre fueron menores que las de la librería A.

B. Las ventas entre los años 2011, 2012 y 2013 fueron constantes para la librería A.

C. La menor diferencia de ventas entre ambas librerías se dio en el año 2012.

D. La mayor diferencia de ventas entre ambas librerías se dio en el año 2011.

15. Según una revista especializada en temáticas infantiles, los niños actualmente dedican un porcentaje considerable de horas del día para ver televisión. Suponga que la distribución del tiempo que los niños pasan frente a la televisión por año, se distribuye normalmente con una media igual a 1500 horas y una desviación estándar de 100 horas. ¿Qué porcentaje de niños aproximadamente ve televisión entre 1400 y 1600 horas por año?

A. 31.74%

B. 34.13%

C. 68.26%

D. 84.13%

16. El peso medio de 11 jugadores de un equipo de fútbol es 79 kg. Para comenzar el torneo el entrenador decidió incorporar 2 jugadores más, cuyos pesos son 66 kg y 81 kg, ¿cuál es el nuevo peso medio?

A. 73.50 kg

B. 75.33 kg

C. 76.5 kg

D. 78.15 kg.

17. En un centro escolar se preguntó la edad a un grupo de estudiantes y se contabilizaron la cantidad de estos según edad en la siguiente tabla. ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes?

Edad	Frecuencia
15	3
16	11
17	9
18	2

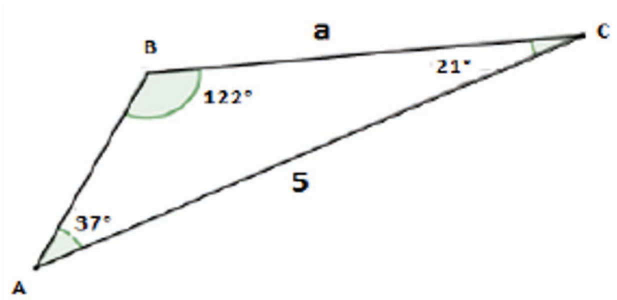
A. 6.25

B. 11.4

C. 16.4

D. 16.5

18. Al aplicar la ley del seno para encontrar el valor del lado a, ¿cuál es el planteamiento correcto?



A. $\frac{sen\,(21^\circ)}{5} = \frac{a}{sen\,(122^\circ)}$

B. $\frac{sen\,(21^\circ)}{a} = \frac{sen\,(37^\circ)}{5}$

C. $\frac{sen\,(122^\circ)}{a} = \frac{5}{sen\,(37^\circ)}$

D. $\frac{sen\,(37^\circ)}{a} = \frac{sen\,(122^\circ)}{5}$

19. Al resolver la desigualdad $x^2 - x - 12 < 0$ se obtiene como solución

A.]-∞,-4[∪]3,+∞[

B.]-∞,-4[∪]3,+∞[

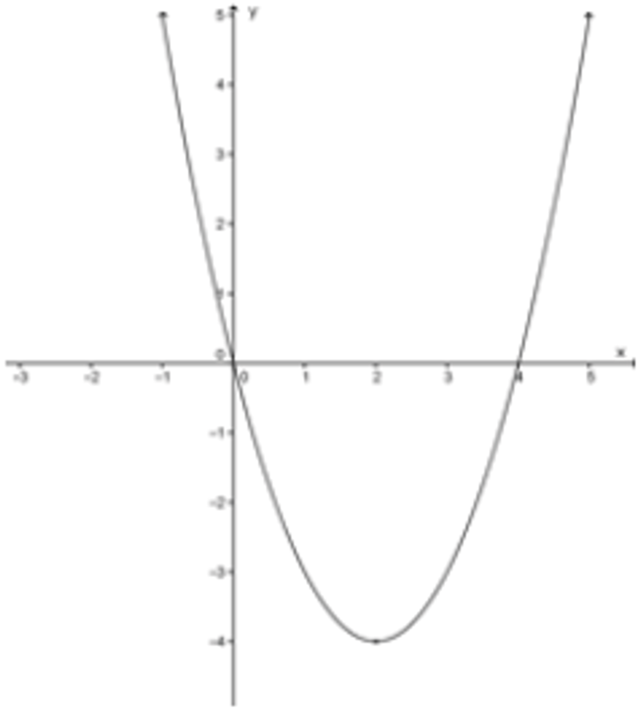
C.] -4, 3 [

D.] -3, 4[

20. Si los salarios de cinco empleados de una empresa son: \$20, \$25, \$30, \$35 y \$45, ¿qué sucederá con la nueva desviación típica si el salario de cada uno de los empleados se aumenta en \$2?

A. Se mantiene	B. Se duplica	C. Varía en \$2	D. Aumenta en \$2

21. ¿Cuál es el dominio y recorrido de la siguiente gráfica?

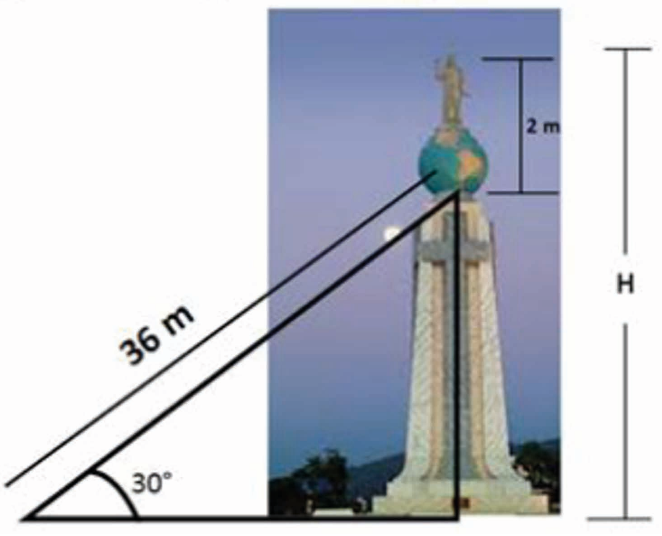


A. D= [0,4], R= [-4, ∞ [	B. D= [0,4], R= [0, ∞ [	C. D= R, R=[-4,∞[	D. D= R, R=[-4,5]

22. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad de formas en la que diez estudiantes pueden formar una junta directiva compuesta por: presidente, vicepresidente, secretario, tesorero, síndico y vocal?

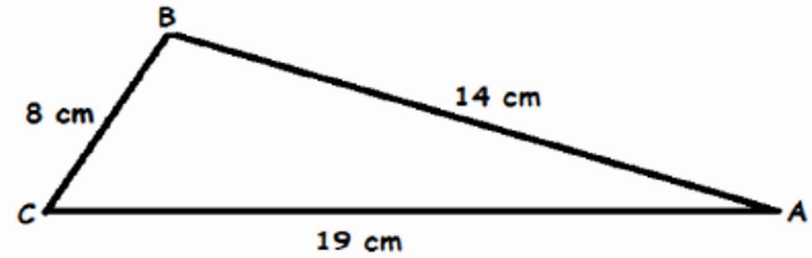
A. $\frac{10!}{6!(10-6)!}$	B. $\frac{6!}{(10-6)!}$	C. $\frac{6!}{10!}$	D. $\frac{10!}{(10-6)!}$

23. ¿Cuál es la longitud de "H" del siguiente monumento?



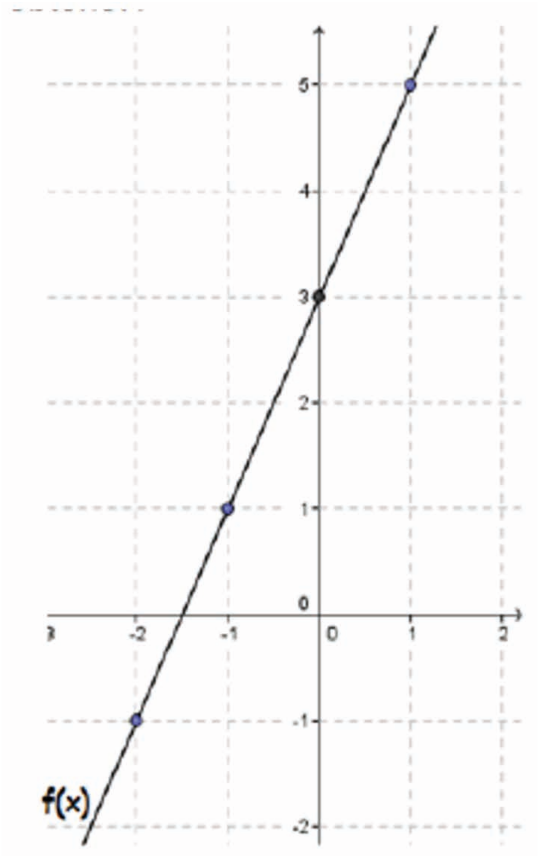
A. 20.00	B. 20.78	C. 31.18	D. 38.00

24. En un triángulo se conoce la medida de tres de sus lados (ver figura), pero se desconocen los tres ángulos, ¿cuál es el valor del ángulo C?



A. 22.08°	B. 20.56°	C. 30°	D. 41°

25. Maritza vio en la cartelera de su institución la gráfica que se muestra a continuación. Ella quiere aplicar lo visto en clase y decide calcular la pendiente de la recta, ¿qué valor debe obtener?



A. 1	B. 2	C. 4	D. 5

Fuente: Mineducyt (2014a).

4.1.2 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2014

En la Tabla 18 se presenta la clasificación de los ítems de la PAES-Matemática 2014 según las CCC: área de conocimiento, tema, tipo de conocimiento y el año en que se ubica. Cada ítem fue analizado según estas categorías. A continuación, el resultado de este análisis:

Tabla 18

Clasificación de Ítems PAES-Matemática 2014 según área, conocimiento y año.

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
1	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Conceptual	Segundo
2	Álgebra y Geometría analítica	Término general de una sucesión aritmética	Procedimental	Segundo
3	Álgebra y Geometría analítica	Interpretación de las desigualdades	Conceptual	Primer
4	Trigonometría	Encontrar lado de un triángulo haciendo uso de teorema del seno/coseno	Procedimental	Segundo
5	Estadística	Identificar qué tipo de variable cualitativa o cuantitativa.	Conceptual	Primer
6	Estadística	Cálculo de probabilidad clásica	Procedimental	Segundo
7	Álgebra y Geometría analítica	Diferenciar entre sucesión aritmética/geométrica	Procedimental	Segundo
8	Álgebra y Geometría analítica	Identificar elementos de una ecuación de recta	Procedimental	Segundo
9	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Procedimental	Segundo
10	Estadística	Cálculo de probabilidad con casos probables y casos posibles	Conceptual	Segundo
11	Estadística	Principio de multiplicación	Procedimental	Segundo
12	Relaciones y funciones	Verificar resolución de ejercicio de logaritmos	Conceptual	Segundo
13	Trigonometría	Verificar valor de la razón trigonométrica en un triángulo en posición no estándar	Procedimental	Primer
14	Estadística	Interpretación de gráfico lineal	Conceptual	Primer
15	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
16	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos simples	Procedimental	Primer
17	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos agrupados	Procedimental	Primer
18	Trigonometría	Verificación de la aplicación del teorema del seno	Conceptual	Segundo
19	Álgebra y Geometría analítica	Resolución de una inecuación cuadrática	Procedimental	Primer
20	Estadística	Aplicación de propiedad de la desviación estándar en datos simples	Conceptual	Primer
21	Álgebra y Geometría analítica	Dominio y rango de una parábola en posición estándar	Conceptual	Segundo
22	Estadística	Principio de multiplicación	Conceptual	Segundo
23	Trigonometría	Altura de un monumento en posición estándar aplicando razones trigonométricas	Procedimental	Primer
24	Trigonometría	Aplicación de teorema del coseno	Procedimental	Segundo
25	Álgebra y Geometría analítica	Cálculo de pendiente de una recta desde su gráfica	Procedimental	Segundo

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2014a).

El análisis curricular refleja que el área de conocimiento con más ítems fue Estadística (48 %), seguido por Álgebra y Geometría analítica (28 %) y por Trigonometría (20 %), mientras que el área menos evaluada fue Relaciones y funciones con un solo ítem. Según el tipo de conocimiento para su resolución, el 60 % fueron ítems de tipo procedimental y un 40 % de tipo conceptual. La PAES de Matemática de 2014 dio prioridad a los contenidos del segundo año de bachillerato (64 %) en comparación con los de primer año (34 %). El resumen del análisis curricular de los ítems de la PAES de Matemática de este año se presenta en las Tablas 19 y 20.

Tabla 19

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2014 según área de conocimiento.

Área	Cantidad de ítems	Porcentaje
Estadística	12	48.0 %
Relaciones y funciones	1	4.0 %
Trigonometría	5	20.0 %
Álgebra y Geometría analítica	7	28.0 %
Total	**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Tabla 20

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2014 según tipo de conocimiento y año académico.

Tipo de ítem	Cantidad de ítems	Porcentaje	Año	Cantidad de ítems	Porcentaje
Procedimental	15	60 %	Primer	9	36 %
Conceptual	10	40 %	Segundo	16	64 %
Total	**25**	**100 %**	**Total**	**25**	**100 %**

Fuente: elaboración propia.

4.1.3 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2014

El análisis didáctico corresponde, como se ha mencionado anteriormente, a la categorización de los ítems (como aparecen en la Tabla 18) según la tipología de problemas del estudio (TPE) propuesta por el autor. De esa forma, la categorización de los problemas de Matemática se presenta a continuación en la Tabla 21:

Tabla 21

Problemas en la PAES-Matemática: año 2014.

Nº	Categoría	Ítems	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	23	1	4.0 %
2	Ejercicio	1, 5, 10, 12, 13, 14, 18, 19, 21, 25	10	40.0 %
3	Ejercicio de algoritmo	4, 8, 17	3	12.0 %
4	Problema de algoritmo	2, 6, 7, 24	4	16.0 %
5	Ejercicio contextualizado	3, 11, 16, 20, 22	5	20.0 %
6	Problema contextualizado	9, 15	2	8.0 %
7	*Puzzle*	-	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	-	0	0.0 %
Total			**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Según este análisis, los ítems de Matemática resueltos por los estudiantes eran mayoritariamente ejercicios (40 %), seguidos por ejercicios contextualizados (20 %) y problemas de algoritmo (16 %). Solo dos ítems corresponden a la categoría problema contextualizado y ningún ítem corresponde a las categorías *puzzle* o prueba de conjetura; sin embargo, sí hubo un ejercicio pseudo-contextualizado.

4.2. Ítems, análisis curricular y didáctico de PAES-Matemática: año 2015

4.2.1 Ítems de la PAES Matemática: año 2015

La versión o clave del cuadernillo de Matemática de la PAES 2015 es el número uno. Para cada ítem se describe su enunciado y sus opciones de respuesta, tal cual fue elaborado por el Mineducyt (2015a). A continuación, se presentan los ítems de Matemática de la PAES del año 2015.

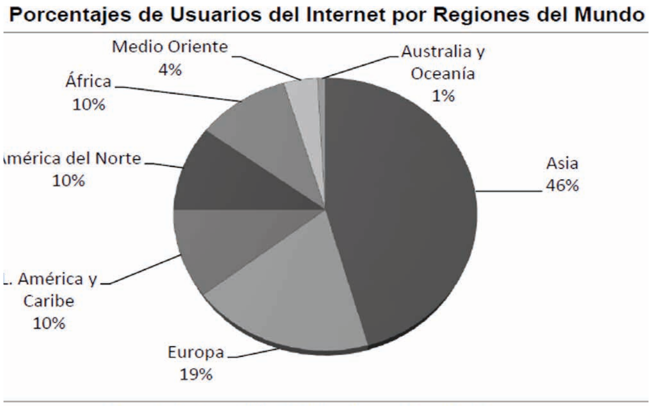
Tabla 22

Ítems de Matemática en PAES 2015.

1. En un complejo educativo, el 65 % de la población es del nivel de educación básica. En una mañana de clases, cinco estudiantes se encontraban en la biblioteca, ¿cuál es la expresión que representa la probabilidad de que dos de los estudiantes sean de bachillerato?

A. $\binom{5}{2}(65)^2(35)^3$	B. $\binom{5}{2}(35)^2(65)^3$
C. $\binom{5}{2}(0.65)^2(0.35)^3$	D. $\binom{5}{2}(0.35)^2(0.65)^3$

2. Observa la siguiente gráfica sobre el uso del Internet en diferentes regiones del mundo.



Fuente: Internet Worl Stats. Internetworldstats.com

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A. Hay más usuarios del Internet en América del Norte que en L. América y Caribe	B. El Medio Oriente es la región con menos usuarios del Internet en el mundo
C. Hay más usuarios del Internet en Europa que en el continente Americano	D. La mayoría de usuarios del Internet está fuera de la región Asiática.

3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones de línea recta tiene por pendiente -3 y pasa por el punto (2,1)?

A. $y + 3x = 1$	B. $y + 3x = 2$	C. $y + 3x = 5$	D. $y + 3x = 7$

4. Considerando la ecuación $log_x 2015=y$, ¿cuál de los literales es correcto?

A. $y^x =^{2015}$	B. $x^{2015} = y$	C. $x^y =^{2015}$	D. $y^{2015} = x$

5. Resuelve x^2-3x+2 >0, luego selecciona la respuesta correcta.

A.] 1, 2 [	B.] -2, +1 [	C.] -2, -1[	D.] -∞, 1[U] 2, +∞ [

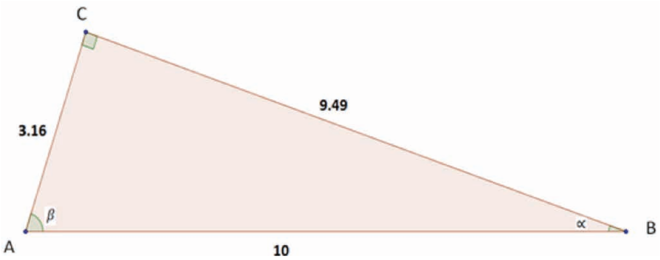
6. Jorge desea elegir siete pañuelos de distinto color de los diez que venden en un almacén, ¿cuál de los siguientes planteamientos es el correcto para que Jorge conozca de cuántas maneras puede elegir sus pañuelos?

A. $\frac{10!}{(10-7)!}$	B. $\frac{10!}{(10-7)!7!}$
C. 10x7	D. 10x9x8x7x6x5x4

7. ¿En cuál de las desigualdades lineales se modela la siguiente situación: "los números cuyo triplo es mayor que su duplo en más de 20"?

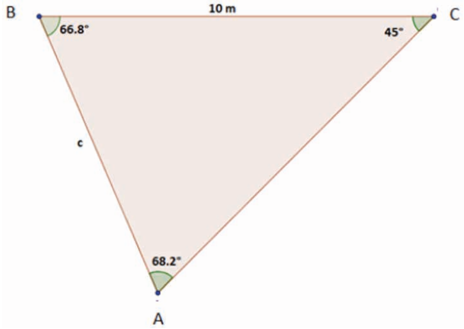
A. $3x + 20 > 2x$	B. $3x > 2(3x + 20)$	C. $3x > 2 + 20x$	D. $3x > 2x + 20$

8. Identifica en el siguiente triángulo el valor que corresponde a cos (α).



A. $\frac{3.16}{9.49}$	B. $\frac{9.49}{3.16}$	C. $\frac{9.49}{10}$	D. $\frac{10}{9.49}$

9. Después de analizar la información que se presenta en el siguiente triángulo, calcula cuánto es la medida del lado "c".



A. 7.62 m	B. 8.76 m	C. 9.90 m	D. 11.90 m

10. La siguiente tabla muestra la distribución de salarios mensuales para un grupo de empleados en el año 2015. ¿Cuánto es el sueldo promedio para dicho grupo de personas?

Sueldo ($)	Empleados
500	9
700	13
1000	12
1400	6

A. $ 455	B. $ 850	C. $ 900	D. $ 450

11. En cierto país, las placas de los vehículos tienen tres dígitos. Este mes el Ministerio de Medio Ambiente está impulsando una campaña para disminuir los niveles de bióxido de carbono, por tal razón, este día sólo podrán circular vehículos con número de placa par y mayor que 399. ¿Cuántos vehículos podrán circular este día?

A. 300	B. 600	C. 450	D. 900

12. Las estaturas, en metros, de 5 estudiantes de 2° año de bachillerato son: 1.68, 1.68, 1.68, 1.68 y 1.68. ¿Cuál de las siguientes propiedades de la desviación típica es cierta para la distribución de estaturas?

A. La desviación típica de la distribución de estaturas es cero.	B. La desviación típica quedará aumentada en 0.05m, si todas las medidas de estatura se incrementan en 0.05m.
C. La desviación típica quedará reducida en un 10%, si todas las medidas de estatura se reducen en un 10%	D. La desviación típica de la distribución de estaturas es 1.68

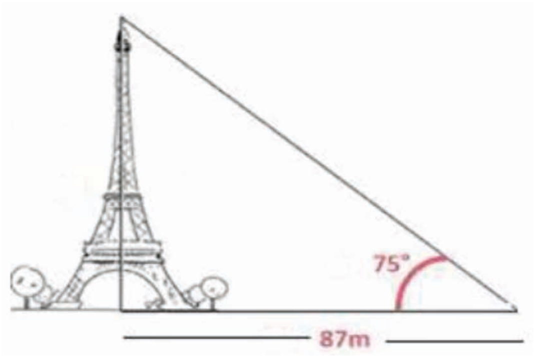
13. ¿Cuál término general le corresponde a la sucesión: 15, 11, 7, 3,…?

A. $a_n=15-n$	B. $a_n=19-n$	C. $a_n=19-4n$	D. $a_n=15-4n$

14. En el examen de Matemática, Yanira logró diferenciar entre las siguientes sucesiones, la que es geométrica, ¿cuál fue su respuesta?

A. 1, 2, 3, 4, ...	B. 2, 4, 6, 8, ...	C. 8, 4, 2, 1, ...	D. 9, 6, 3, 1, ...

15. ¿Cuál es la altura de la torre de la imagen?



A. 23.31 m	B. 84.04 m	C. 162.00 m	D. 324.69 m

16. Un cartero inició su jornada de trabajo con 10 cajas por entregar. En promedio, cada caja pesa 4 libras. Una vez entregadas 8 cajas, se dio cuenta que las restantes pesan 7 y 9 libras. ¿Cuántas libras pesaban juntas las primeras 8 cajas que entregó el cartero?

A. 24	B. 32	C. 40	D. 56

17. En la clase de educación física hay veinte niñas y doce niños, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar al azar, un niño?

A. $\frac{1}{12}$	B. $\frac{3}{8}$	C. $\frac{12}{20}$	D. $\frac{8}{12}$

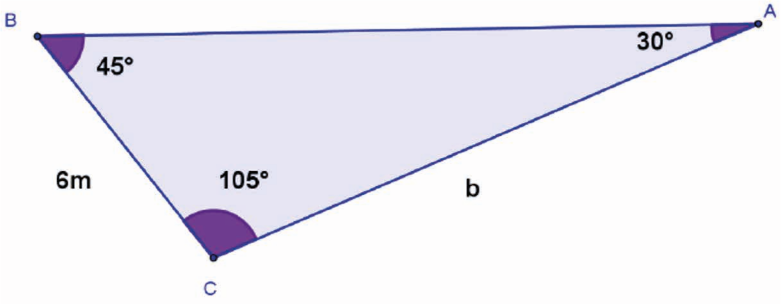
18. En la clínica del Dr. Morales se sabe que de las pruebas de embarazo 7 de cada 10 son negativas y 3 de cada 10 son positivas. Si se han recibido 10 muestras para analizar, ¿cuál es la probabilidad de que 2 de las pruebas resulten positivas?

A. 0.0001	B. 0.2000	C. 0.2335	D. 0.9450

19. El peso medio de los salvadoreños es de 80 kg con una desviación estándar de 14 kg, ¿cuál es la probabilidad de que al tomar el peso de una persona esta se encuentre entre 73 y 87 kg?

A. 0.1915	B. 0.3830	C. 0.500	D. 0.5890

20. En el triángulo ABC, ¿cuál de las opciones de respuesta plantea correctamente la ley del seno?

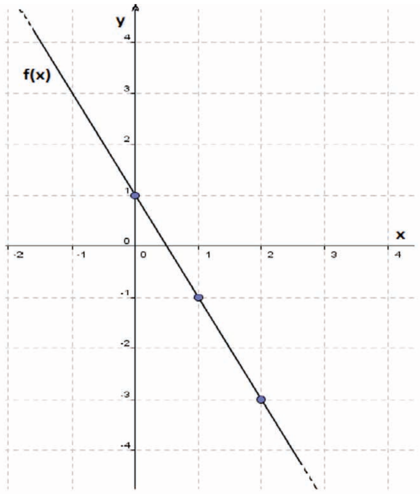


A. $\frac{6m}{sen\ (30°)} = \frac{sen\ (45°)}{b}$	B. $\frac{6m}{sen\ (30°)} = \frac{b}{sen\ (45°)}$
C. $\frac{6m}{sen\ (105°)} = \frac{sen\ (30°)}{b}$	D. $\frac{6m}{sen\ (105°)} = \frac{b}{sen\ (30°)}$

21. Para inscribirse en un campamento deportivo, cada aspirante registra su nivel educativo (primer ciclo, segundo ciclo, tercer ciclo o bachillerato). También se toma el peso en kilogramos de cada uno. ¿Qué tipo de variables son el nivel educativo y el peso?

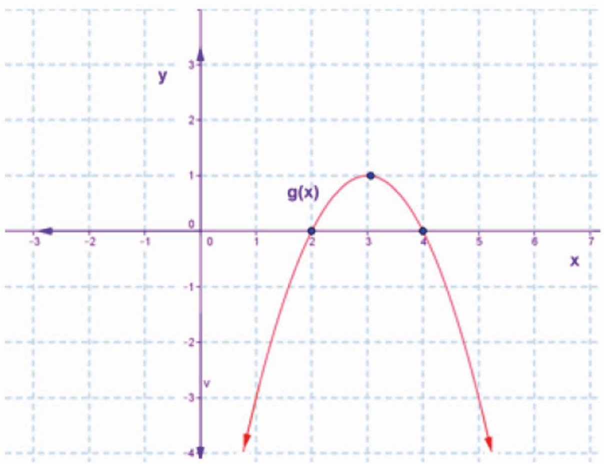
A. Cualitativa-nominal, cuantitativa-continua.	B. Cualitativa ordinal, cuantitativa-continua.
C. Cualitativa-ordinal, cuantitativa-discreta.	D. Cualitativa-nominal, cuantitativa-discreta.

22. Verónica necesita calcular la pendiente de la línea recta mostrada en la siguiente gráfica. ¿Qué valor debe obtener si calculó correctamente?



A. 1	B. -1	C. -2	D. -3

23. Identifica en las opciones siguientes cuál es el dominio y recorrido de la función g(x).

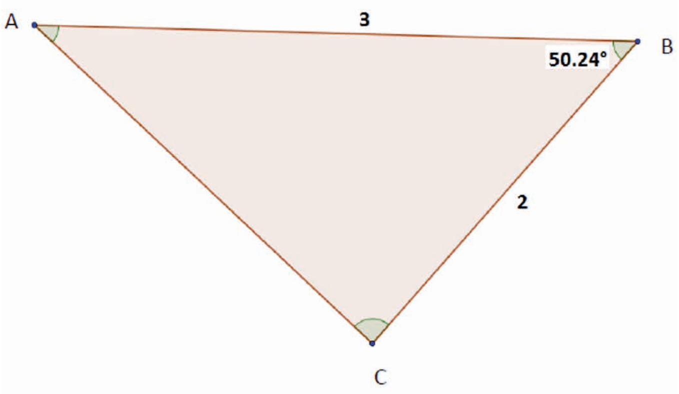


A. D= R, R=]-∞, 1]	B. D= [2,4], R= [-4, 1]	C. D= R, R= [1, -4]	D. D= [2,4], R=[1,-4]

24. ¿Cuánto vale el área bajo la curva normal estandarizada para un valor de “z” entre -0.56 y 0.56?

A. 0.1120	B. 0.2123	C. 0.2877	D. 0.4246

25. En el siguiente triángulo, ¿qué valor le corresponde a la medida del lado “b”?



A. 5	B. 4	C. 2.5	D. 2.3

Fuente: Mineducyt (2015a).

4.2.2 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2015

Tomando como referencia el orden de los ítems de la prueba de Matemática de la PAES 2015 y según los CCC ya detallados, el análisis curricular por ítem del año correspondiente se desarrolla en la Tabla 23, a continuación.

Tabla 23

Clasificación de Ítems PAES-Matemática 2015 según área, conocimiento y año.

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
1	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Conceptual	Segundo
2	Estadística	Interpretación de datos a partir de una gráfica de pastel	Conceptual	Primer
3	Álgebra y Geometría analítica	Identificar elementos de una ecuación de recta	Procedimental	Segundo
4	Relaciones y funciones	Aplicar definición de logaritmo	Conceptual	Segundo
5	Álgebra y Geometría analítica	Resolución de una inecuación cuadrática	Procedimental	Primer
6	Estadística	Diferenciar y aplicar teoría combinatoria-permutación	Procedimental	Segundo
7	Álgebra y Geometría analítica	Interpretación de las desigualdades	Conceptual	Primer
8	Trigonometría	Verificar valor de la razón trigonométrica en un triángulo en posición no estándar	Conceptual	Primer
9	Trigonometría	Aplicación del teorema del seno	Procedimental	Segundo
10	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos agrupados	Procedimental	Primer
11	Estadística	Principio de multiplicación	Procedimental	Segundo
12	Estadística	Aplicación de propiedad de la desviación estándar en datos simples	Conceptual	Primer
13	Álgebra y Geometría analítica	Término general de una sucesión aritmética	Procedimental	Segundo
14	Álgebra y Geometría analítica	Diferenciar entre sucesión aritmética/geométrica	Conceptual	Segundo
15	Trigonometría	Altura de un monumento en posición estándar aplicando razones trigonométricas	Conceptual	Primer
16	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos simples	Procedimental	Primer
17	Estadística	Cálculo de probabilidad con casos probables y casos posibles	Conceptual	Segundo
18	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Procedimental	Segundo
19	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
20	Trigonometría	Verificación de la aplicación del teorema del seno	Conceptual	Segundo

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
21	Estadística	Identificar qué tipo de variable cualitativa o cuantitativa	Conceptual	Primer
22	Álgebra y Geometría analítica	Cálculo de pendiente de una recta desde su gráfica	Procedimental	Segundo
23	Álgebra y Geometría analítica	Dominio y rango de una parábola en posición no estándar	Conceptual	Segundo
24	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
25	Trigonometría	Aplicación de teorema del coseno	Procedimental	Segundo

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2015a).

Según este análisis, la distribución de los ítems por área de conocimiento es la misma que en el año 2014, es decir, casi la mitad de los ítems proceden de la Estadística (48 %), mientras que Álgebra y Geometría analítica (28 %) y Trigonometría (20 %), tienen sumados los mismos ítems que Estadística. Relaciones y funciones solo posee un ítem (Tabla 24).

Tabla 24

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2015 según área de conocimiento.

Área	Cantidad de ítems	Porcentaje
Estadística	12	48.0 %
Relaciones y funciones	1	4.0 %
Trigonometría	5	20.0 %
Álgebra y Geometría analítica	7	28.0 %
Total	**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Sobre los ítems según tipo de conocimiento, la prueba de 2015 muestra una situación pareja colocando casi los mismos ítem para los contenidos procedimentales (13) que los conceptuales (12). Lo que no varió fue la procedencia de los ítems, según año académico, que muestra el mismo porcentaje que en 2014, es decir, ítems mayoritariamente de segundo año (64 %) que de primer año (34 %). Estos datos se pueden verificar en la Tabla 25.

Tabla 25

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2015 según tipo de conocimiento y año académico.

Tipo de ítem	Cantidad de ítems	Porcentaje	Año	Cantidad de ítems	Porcentaje
Procedimental	13	52.0 %	Primer	9	36.0 %
Conceptual	12	48.0 %	Segundo	16	64.0 %
Total	**25**	**100 %**	**Total**	**25**	**100 %**

Fuente: elaboración propia.

4.2.3 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2015

La categorización de los problemas de Matemática presentes en el cuadernillo de la PAES de 2015, según se describieron en la Tabla 22 y, de acuerdo a la tipología de este estudio (TPE), se presenta en la Tabla 26.

Tabla 26

Problemas en la PAES-Matemática: año 2015.

N.°	Categoría	Ítems	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	15	1	4.0 %
2	Ejercicio	1, 2, 4, 5, 8, 10, 17, 20, 21, 22, 23	11	44.0 %
3	Ejercicio de algoritmo	3, 7, 9, 14, 24, 25	6	24.0 %
4	Problema de algoritmo	13	1	4.0 %
5	Ejercicio contextualizado	6, 11, 12, 18	4	16.0 %
6	Problema contextualizado	16, 19	2	8.0 %
7	*Puzzle*	-	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	-	0	0.0 %
Total			**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Según estos datos, un poco menos de la mitad de los problemas presentados ese año corresponden a la categoría ejercicio (44 %), los problemas contextualizados se mantienen igual, mientras que los ejercicios de algoritmo son mayores este año (24 %). Problemas de algoritmo y ejercicios contextualizados se reducen y nuevamente aparece un ítem de la categoría ejercicio pseudo-contextualizado.

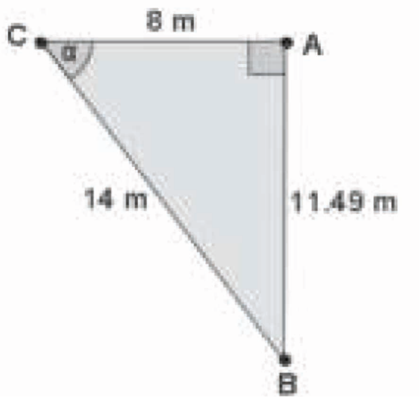
4.3 Ítems, análisis curricular y didáctico de PAES-Matemática: año 2016

4.3.1 Ítems de la PAES Matemática 2016

En la Tabla 27 se describen los ítems de Matemática de la PAES del año 2016 en el orden que aparecieron según la versión uno que fue consultada (Mineducyt, 2016a). Esta descripción respeta los enunciados y las opciones de respuesta tal como aparecen en el cuadernillo.

Tabla 27

Ítems de Matemática en PAES 2016.

<table>
<tr><td colspan="2">1. La siguiente gráfica presenta el porcentaje de personas que viven con VIH/SIDA en América Latina y el Caribe.</td><td colspan="2"> </td></tr>
<tr><td colspan="2">A. Los países del Caribe tienen el menor porcentaje de personas viviendo con VIH/SIDA.</td><td colspan="2">B. Hay mayor porcentaje de personas viviendo con VIH/SIDA en países del Caribe que en Argentina.</td></tr>
<tr><td colspan="2">C. Hay mayor porcentaje de personas viviendo con VIH/SIDA en países del Caribe que en México y Argentina.</td><td colspan="2">D. Los países Brasil, Argentina y México tienen menos de la mitad del porcentaje total de la población viviendo con VIH/SIDA en toda Latinoamérica.</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Al expresar la ecuación $log_{\frac{1}{4}}x = y$, en forma exponencial se obtiene</td></tr>
<tr><td>A. $(\frac{1}{4})^y = x$</td><td>B. $(\frac{1}{4})^x = y$</td><td>C. 4y = x</td><td>D. $y^{\frac{1}{4}} = x$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. ¿Cuál es el valor del cos (α) en el siguiente triángulo?</td><td colspan="2"> </td></tr>
<tr><td>A. $\frac{4}{7}$</td><td>B. $\frac{7}{4}$</td><td>C. $\frac{14}{11..49}$</td><td>D. $\frac{11.49}{14}$</td></tr>
</table>

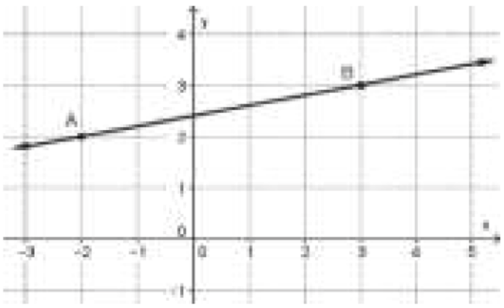
4. ¿La estatura media de los estudiantes de un complejo educativo es de 163 cm con una desviación estándar de 10 cm, ¿cuál es la probabilidad de que la estatura de un estudiante se encuentre entre 157 cm y 169 cm?

A. 0.2258	B. 0.4516	C. 0.5484	D. 0.2742

5. ¿En un concurso de Matemática participan cinco estudiantes y solo hay premio para el primero y el segundo lugar. Bajo estas condiciones, ¿de cuántas maneras diferentes puede premiarse a los dos estudiantes?

A. 5	B. 7	C. 10	D. 20

6. ¿Qué valor le corresponde a la pendiente de la recta que pasa por los puntos "A" y "B" en la siguiente gráfica?



A. -2	B. $\frac{1}{5}$	C. 2	D. 3

7. Si una línea recta tiene por pendiente -2 y pasa por el punto (4,3), ¿cuál de las siguientes es su ecuación?

A. $y + 2x = 3$	B. $y + 2x = 4$	C. $y + 2x = 10$	D. $y + 2x = 11$

8. ¿Cuál de las siguientes desigualdades lineales representa la situación: "los números cuyo cuádruplo es menor que su triplo disminuido en 30"?

A. $4x < 30 - 3x$	B. $4x < 3x - 30$	C. $4x < 3 - 30x$	D. $4x < 3(4x - 30)$

9. En la tabla siguiente se presentan los datos de un grupo de personas que visitaron un hospital nacional

A partir de esta información, ¿cuál es la edad promedio de este grupo de personas?

Edad (años)	10	20	30	60
Personas	6	7	4	3

A. 15 años	B. 25 años	C. 30 años	D. 20 años

10. A un grupo de atletas se les registra el peso y el estado civil antes de inscribirse en los Juegos Olímpicos, ¿qué tipo de variables representan el peso y el estado civil?

A. Cuantitativa-discreta, cualitativa-ordinal.	B. Cuantitativa-continua, cualitativa-ordinal
C. Cuantitativa-continua, cualitativa-nominal.	D. Cuantitativa-discreta, cualitativa-nominal.

11. Al resolver la desigualdad cuadrática $x^2+4x-21>0$, su conjunto solución es

A.] -3, 7[	B.] -7, 3[	C.] -∞, -7[U] 3, ∞ [	D.] -∞, -3[U] 7, ∞ [

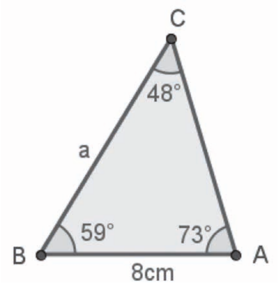
12. En una clase de Matemática hay 9 estudiantes con un peso promedio de 65 kg. Si después de la clase se retiran 2 cuyos pesos son 70 kg y 80 kg. ¿Cuántos kg pesan en total los 7 estudiantes que quedaron?

A. 435 kg	B. 455 kg	C. 490 kg	D. 560 kg

13. De una bolsa que contiene 9 focos buenos y tres defectuosos, ¿cuál es la probabilidad que al sacar un foco al azar, este sea defectuoso?

A. $\frac{1}{4}$	B. $\frac{1}{12}$	C. $\frac{1}{3}$	D. $\frac{3}{9}$

14. Tomando en cuenta la información que se presenta en el siguiente triángulo, determina el valor del lado “a”.

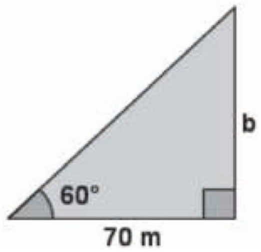


A. 8.93 cm	B. 9.76 cm	C. 10.29 cm	D. 1.26 cm

15. El término general de la sucesión 11, 15, 19, 23, 27, … está dado por:

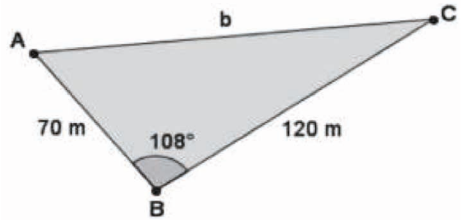
A. $a_n=n+11$	B. $a_n=11n+4$	C. $a_n=4n+7$	D. $a_n=4n+11$

16. ¿Cuántos metros mide el lado “b” del siguiente triángulo?



A. 80.83 m	B. 121.24 m	C. 130.00 m	D. 140.00 m

7. En el triángulo siguiente, se conoce la medida de dos de sus lados y uno de sus ángulos ¿cuánto mide el otro lado del triángulo?



A. 97.5 m	B. 108.8 m	C. 138.9 m	D. 156.5 m

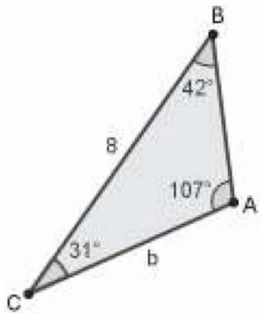
18. En una universidad el 30% de los estudiantes se opone a pagar una cuota para actividades culturales. Si se pasa una encuesta a 10 estudiantes de la Universidad, ¿cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad de que exactamente 4 se opongan?

A. $\binom{10}{4}(0.30)^4(0.70)^{10}$	B. $\binom{10}{4}(0.30)^{10}(0.70)^4$	C. $\binom{10}{4}(0.30)^6(0.70)^{10}$	D. $\binom{10}{4}(0.30)^4(0.70)^6$

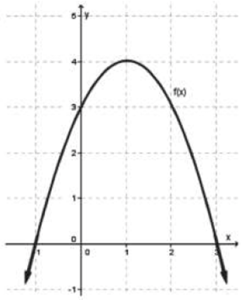
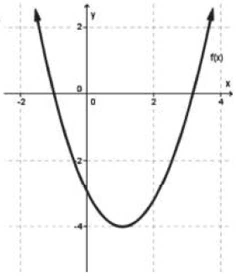
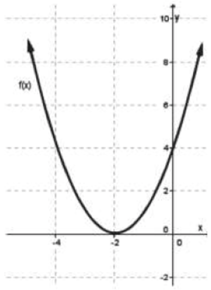
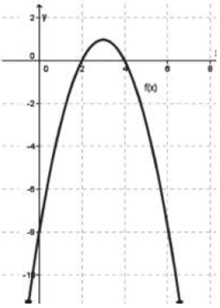
19. Cuánto vale el área bajo la curva normal estandarizada para un valor de “z” mayor o igual a 1.84?

A. 0.0329	B. 0.4664	C. 0.4671	D. 0.9671

20. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite encontrar el valor del lado " b", al utilizar la ley del seno?



A. $\frac{sen\,(31°)}{8}=\frac{b}{sen\,(107°)}$	B. $\frac{sen\,(42°)}{8}=\frac{sen\,(31°)}{b}$	C. $\frac{sen\,(107°)}{8}=\frac{sen\,(42°)}{b}$	D. $\frac{sen\,(107°)}{b}=\frac{8}{sen\,(42°)}$

21. De las siguientes sucesiones, ¿cuál es geométrica?			
A. 2, 4, 6, 8, …	B. 2, 6, 10, 14, …	C. 3, 6, 9, 12, …	D. 3, 6, 12, 24, …
22. En una zapatería trabajan 8 empleados con un salario medio de $175 y desviación típica $25. Si el propietario decide aumentar $40 a cada trabajador. ¿Qué ocurre con la desviación típica?			
A. Aumenta en $40	B. Se mantiene en $25	C. Disminuye en $40	D. Aumenta en $15
23. ¿Para cuál de las siguientes gráficas el dominio es R y el recorrido$]-\infty,4]$?		A.  C. 	B.  D. 
A. A	B. B	C. C	D. D
24. Una empresa quiere contratar a 5 personas de un total de 10. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite conocer las distintas formas de realizar las contrataciones?			
A. $\frac{10!}{(10-5)!}$	B. $\frac{10!}{(10-5)!5!}$	C. 10! x 5!	D. 5x4x3x2x1
25. El historial de cierto profesor de Matemática indica que el 70% de sus estudiantes aprueban la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que en un grupo de 8 estudiantes, 5 hayan aprobado la asignatura?			
A. 0.0467	B. 0.1313	C. 0.0070	D. 0.2541

Fuente: Mineducyt (2016a).

4.3.2 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2016

A partir de la descripción de los ítems de la PAES Matemática 2016 hecha en la Tabla 27, se efectúa el análisis curricular siguiendo las CCC, a saber, las categorías: área de conocimiento, tema, tipo de conocimiento y año académico correspondiente. Esta categorización uno a uno de los ítems de la prueba del año en cuestión se presenta en la Tabla 28, a continuación:

Tabla 28

Clasificación de Ítems PAES-Matemática 2016 según área, conocimiento y año.

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
1	Estadística	Interpretación de datos a partir de una gráfica de pastel	Conceptual	Primer
2	Relaciones y funciones	Aplicar definición de logaritmo	Conceptual	Segundo
3	Trigonometría	Verificar valor de la razón trigonométrica en un triángulo en posición no estándar	Conceptual	Primer
4	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
5	Estadística	Principio de multiplicación	Procedimental	Segundo
6	Álgebra y Geometría analítica	Cálculo de pendiente de recta a partir de su gráfica	Procedimental	Segundo
7	Álgebra y Geometría analítica	Construcción de la recta a partir de un punto y su pendiente	Procedimental	Segundo
8	Álgebra y Geometría analítica	Interpretación de las desigualdades	Conceptual	Primer
9	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos agrupados	Procedimental	Primer
10	Estadística	Identificar qué tipo de variable cualitativa o cuantitativa.	Conceptual	Primer
11	Álgebra y Geometría analítica	Resolución de una inecuación cuadrática	Procedimental	Primer
12	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos simples	Procedimental	Primer
13	Estadística	Cálculo de probabilidad con casos probables y casos posibles	Conceptual	Segundo
14	Trigonometría	Aplicación del teorema del seno	Procedimental	Segundo
15	Álgebra y Geometría analítica	Término general de una sucesión aritmética	Procedimental	Segundo
16	Trigonometría	Altura de un triángulo en posición estándar aplicando razones trigonométricas	Procedimental	Primer
17	Trigonometría	Aplicación de teorema del coseno	Procedimental	Segundo
18	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Conceptual	Segundo
19	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
20	Trigonometría	Aplicación del teorema del seno	Conceptual	Segundo
21	Álgebra y Geometría analítica	Diferenciar entre sucesión aritmética/geométrica	Conceptual	Segundo
22	Estadística	Aplicación de propiedad de la desviación estándar en datos simples	Conceptual	Primer
23	Álgebra y Geometría analítica	Verificar gráfica de una parábola a partir de su dominio o rango	Conceptual	Segundo
24	Estadística	Aplicación de fórmula combinatoria	Conceptual	Segundo
25	Estadística	Aplicación de fórmula de probabilidad binomial	Procedimental	Segundo

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2016a).

Profundizando en los datos que deja el análisis de la tabla previa, se puede verificar que los porcentajes respecto al área de conocimiento se mantienen similares a los dos años anteriores, es decir, casi la mitad de los ítems son del área de Estadística y solo un ítem del área de Relaciones y funciones (Tabla 29).

Respecto al tipo de conocimiento y al año de procedencia, los datos son los mismos respecto al año 2015, es decir, ítems de tipo procedimental y conceptual repartidos casi en un 50 % cada uno, y casi dos de cada tres ítems proceden de contenidos del currículo de Matemática del segundo año de bachillerato (Tabla 30).

Tabla 29

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2016 según área de conocimiento.

Área	Cantidad de ítems	Porcentaje
Estadística	12	48.0 %
Relaciones y funciones	1	4.0 %
Trigonometría	5	20.0 %
Álgebra y Geometría analítica	7	28.0 %
Total	**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Tabla 30

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2016 según tipo de conocimiento y año académico.

Tipo de ítem	Cantidad de ítems	Porcentaje	Año	Cantidad de ítems	Porcentaje
Procedimental	13	52.0 %	Primer	9	36.0 %
Conceptual	12	48.0 %	Segundo	16	64.0 %
Total	**25**	**100 %**	**Total**	**25**	**100 %**

Fuente: elaboración propia.

4.3.3 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2016

En esta sección se presentan los resultados de la categorización de los problemas de Matemática de la PAES 2016, según la tipología de problemas (TPE) diseñada. En la Tabla 31 puede visualizarse este análisis por categoría, especificando el número de ítem y la cantidad de ítems y su porcentaje.

Tabla 31

Problemas en la PAES-Matemática: año 2016.

N.°	Categoría	Ítems	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	-	0	4.0 %
2	Ejercicio	1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 16, 18, 20, 23	13	44.0 %
3	Ejercicio de algoritmo	8, 17, 19, 21	4	24.0 %
4	Problema de algoritmo	14, 15	2	4.0 %
5	Ejercicio contextualizado	5, 22, 24	3	16.0 %
6	Problema contextualizado	4, 12, 25	3	8.0 %
7	*Puzzle*	-	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	-	0	0.0 %
Total			**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

A partir de los resultados de la categorización presentada en la tabla previa, se verifica un crecimiento de la cantidad de ejercicios en este año, sobrepasando el 50 % de los ítems de la prueba. Los problemas tipo *puzzle* y prueba de conjetura no aparecen, al igual que los años anteriores, y en esta ocasión no se verificó un ítem de la categoría ejercicio pseudo-contextualizado. Las demás categorías (ejercicio de algoritmo, problema de algoritmo, ejercicio contextualizado y problema contextualizado), aparecen casi en la misma proporción.

4.4 Ítems, análisis curricular y didáctico de PAES-Matemática: año 2017

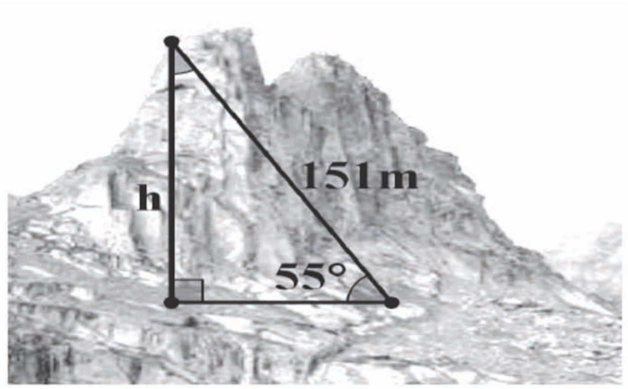
4.4.1 Ítems de la PAES Matemática 2017

Los ítems presentados en la PAES para la asignatura de Matemática en el año 2017 se presentan en la Tabla 32. La descripción de estos ítems se hace según la versión uno del cuadernillo de Matemática (Mineducyt, 2017a). A continuación, los problemas con su enunciado y opciones de respuesta.

Tabla 32

Ítems de Matemática en PAES 2017.

1. Un alpinista observa una montaña que quiere escalar. Él escribe en una imagen los datos que conoce y con una letra «h» el valor desconocido de la altura. Si él aplica lo aprendido en Matemática, ¿qué valor obtuvo para «h»?



A. 105.73 m	B. 123.69 m	C. 160.70 m	D. 184.34 m

2. Tres turistas llegan al país y se hospedan en un hotel que tiene once habitaciones disponibles. Si cada turista debe quedar en una habitación, ¿de cuántas maneras diferentes pueden hospedarse?

A. 11	B. 33	C. 990	D. 1331

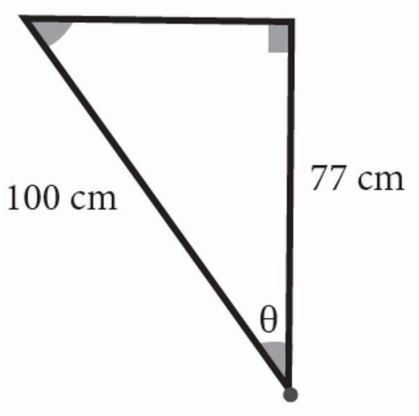
3. En un supermercado, el 25% de los clientes prefieren un nuevo detergente. Si un día encuestan a 20 personas que hacen sus compras, ¿cuál de las siguientes expresiones permite calcular la probabilidad de que exactamente 6 personas prefieran el nuevo detergente?

A. $\binom{20}{6}(0.25)^{20}(0.75)^{6}$	B. $\binom{20}{6}(0.25)^{14}(0.75)^{6}$	C. $\binom{20}{6}(0.25)^{6}(0.75)^{20}$	D. $\binom{20}{6}(0.25)^{6}(0.75)^{14}$

4. En un estadio de fútbol, en la primera fila se sientan 20 personas, en la segunda 32, en la tercera 44 y así sucesivamente. ¿Cuál de los siguientes términos generales permite determinar la cantidad de personas sentadas en cualquier fila?

A. $a_n=12n+8$	B. $a_n=n+12$	C. $a_n=12n+20$	D. $a_n=n+20$

5. El valor del ángulo «θ» para el triángulo mostrado es:



A. 37.60°	B. 39.65°	C. 50.35°	D. 52.40°

6. Si $log_2+log_2\,y=8$, selecciona el proceso en que "y" se ha despejado correctamente.

A. $log_2x + log_2y = 8log_2(x+y) = 8x+y = 2^8y = 2^8 - x$	B. $log_2x + log_2y = 8log_2(xy) = 8xy = 2^8y = \frac{2^8}{x}$
C. $log_2x + log_2y = 8log_2(xy) = 8xy = 2(8)y = \frac{16}{x}$	D. $log_2x + log_2y = 8log_2(x+y) = 8x+y = 2(8)y = 16 - x$

7. En cierto lugar del cerro El Pital, se toma una muestra de las temperaturas por día y se organiza en la siguiente tabla:

Temperatura °C	Días
-2	2
-1	2
0	1
3	2
5	2

¿Cuál es la temperatura media en ese lugar?

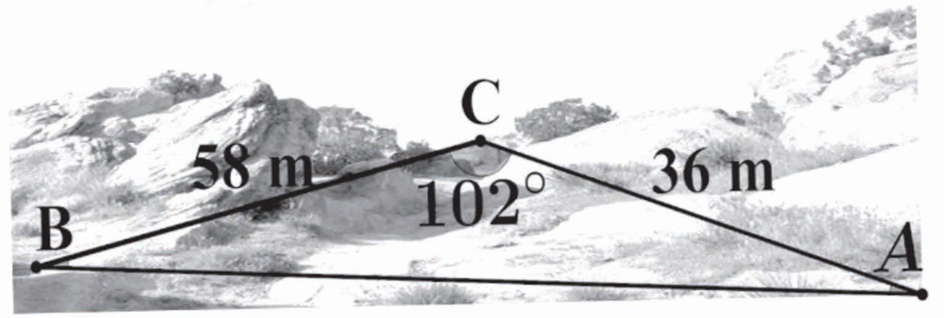
A. 1.1

B. 1.8

C. 2.0

D. 2.5

8. ¿Cuál es la medida del lado AB del terreno triangular que se muestra?



A. 45.5 m

B. 61.6 m

C. 68.3 m

D. 74.4 m

9. Un doctor receta a su paciente un jarabe para una tos persistente. Le indica que el primer día debe tomar 110 ml y debe disminuir la dosis en 5 ml cada día, respecto al día anterior, ¿cuántos ml habrá tomado durante 20 días del tratamiento?

A. 1050

B. 1250

C. 2090

D. 2200

10. Una línea recta pasa por el punto (12,10) y tiene una pendiente de -3, ¿cuál de las siguientes ecuaciones la representa?

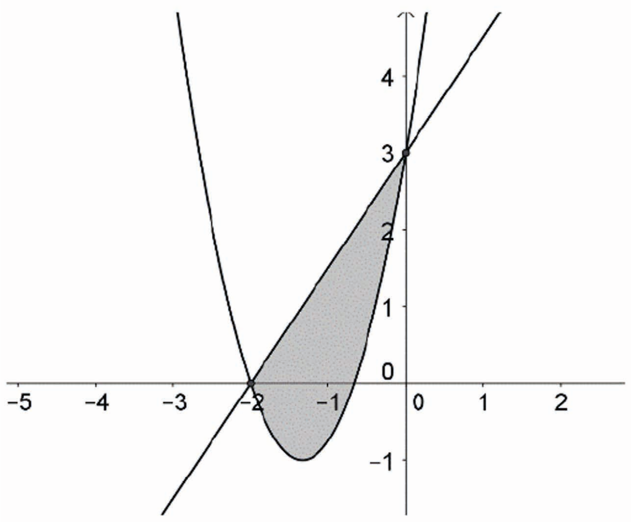
A. $y + 3x = 46$

B. $y + 3x = 42$

C. $y - 3x = 12$

D. $y - 3x = 10$

11. En la siguiente gráfica, ¿cuál es el dominio y el rango que corresponde a la región sombreada?



A. D= [-1,3], R= [-2,0[

B. D=]-1,∞[, R=[-2,+∞[

C. D= [-2, 0] R= [-1,3]

D. D=] -2, +∞[, R= [-1, +∞[

12. Al resolver la desigualdad (5x-4)(x-2) < 0, su conjunto solución es:

A. $]\frac{4}{5},2[$

B. $]-\infty,\frac{4}{5}[\ U\ ]\ 2,+\infty[$

C. $[\frac{4}{5},2]$

D. $]-\infty,\frac{4}{5}]\ U\ [\ 2,+\infty[$

13. En una universidad se elegirá un representante de los estudiantes de Ciencias Naturales para asistir a un congreso, para ello se tiene la siguiente información:

¿Cuál es la probabilidad de elegir una mujer estudiante de Física?

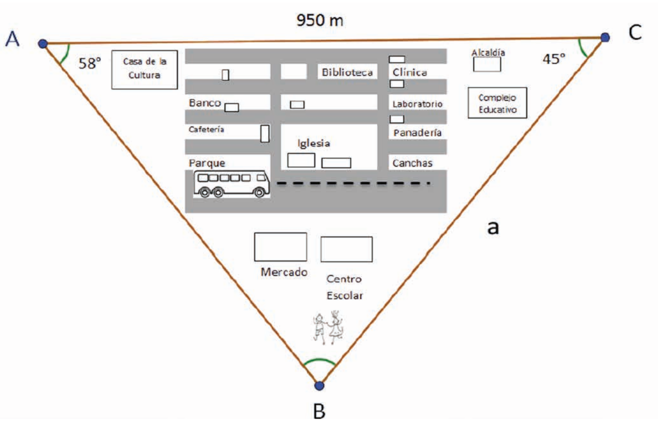
Área / Sexo	Biología	Física	Química	Total
Mujer	20	80	100	200
Hombre	80	40	80	200
Total	**100**	**120**	**180**	**400**

A. 0.20
B. 0.30
C. 0.40
D. 0.50

14. Carlos tiene una bolsa de papel que soporta un peso máximo de 7.23 kg, en ella introduce un paquete de harina que pesa 1.9 kg y manzanas que pesan cada una 0.27 kg. ¿Cuál de las siguientes desigualdades permite modelar la cantidad de manzanas que se pueden colocar?

A. $1.9x + 0.27 \geq 7.23$
B. $1.9x + 0.27 \leq 7.23$
C. $1.9 + 0.27x \geq 7.23$
D. $1.9 + 0.27x \leq 7.23$

15. Una empresa especialista en terracería tiene un plano con los trazos para la construcción de tres calles que ayudarán a disminuir el tráfico vehicular. ¿Cuál será la longitud de la calle "a"?



A. 689.42 m
B. 792.11 m
C. 826.84 m
D. 925.65 m

16. ¿Cuál es el término general de la sucesión: -3,-12,-48,-192…?

A. $f(n)= -3(4)^{n-1}$
B. $f(n)=3(4)^{n-1}$
C. $f(n)= -3(-4)^{n-1}$
D. $f(n)= -3(4)^{n+1}$

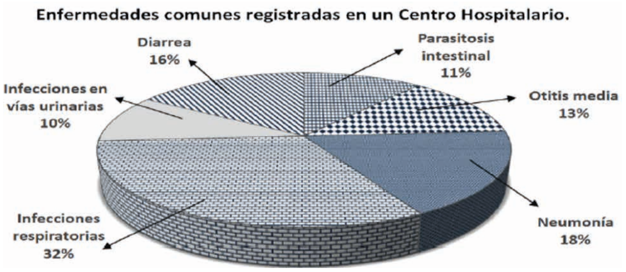
17. El salario promedio de los trabajadores de una institución es de $ 350 y la desviación típica es de $90. Si a cada empleado se le aumentará el 15%, ¿cuál será la nueva desviación estándar?

A. $ 90.00
B. $ 103.50
C. $ 105.00
D. $ 120.75

18. En una panadería los panes tienen un tamaño promedio de 10 cm de largo y varianza 2.56 cm2, ¿cuál es la probabilidad de que al escoger un pan al azar su tamaño sea menor a 12 cm?

A. 0.1056
B. 0.2177
C. 0.7823
D. 0.8944

19. El siguiente gráfico presenta información sobre las enfermedades comunes registradas en un centro hospitalario.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. Menos de la mitad de la población se enferma de infecciones respiratorias o neumonía

B. Las personas con infecciones respiratorias son más de las que padecen de otitis media o neumonía

C. Las personas con infecciones en las vías urinarias o diarrea son más de las que padecen parasitosis o neumonía

D. Más de la mitad de la población se enferma de infecciones respiratorias o de diarrea.

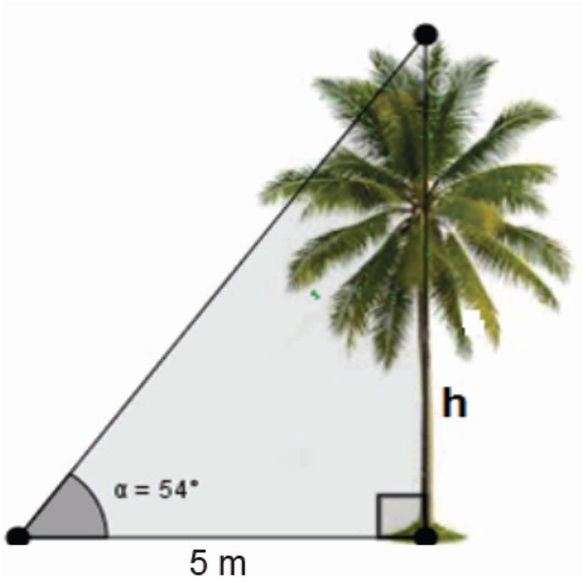
20. ¿El peso promedio de 5 paquetes es 11 libras, si cuatro de los paquetes pesan 6, 7, 13 y 14, ¿cuántas libras pesa el quinto paquete?

A. 8	B. 10	C. 15	D. 20

21. ¿Cuánto es el valor de P (0?63 ≤ z ≤ 1.57)?

A. 0.2061	B. 0.2357	C. 0.3264	D. 0.6775

22. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permitiría encontrar la altura (h) del cocotero?



A. $cos\,(54°) = \frac{h}{5m}$	B. $\tan\,(54°) = \frac{5m}{h}$	C. $cos\,(54°) = \frac{5m}{h}$	D. $\tan\,(54°) = \frac{h}{5m}$

23. En un centro escolar se realiza una reunión para formar la directiva de padres de familia. Si ese día asistieron 30 personas y la directiva tendrá 8 cargos, ¿cuál de las siguientes expresiones permite conocer la cantidad de directivas distintas que se pueden formar?

A. $\frac{30!}{(30-8)!}$	B. $\frac{30!}{8!}$	C. $\frac{30!}{8!(30-8)!}$	D. $\frac{8!}{30!}$

24. En un salón de clases hay 40 pupitres, 15 son pequeños y 25 son grandes. ¿Cuál es la probabilidad que al seleccionar un pupitre este sea grande?

A. $\frac{1}{25}$	B. $\frac{1}{40}$	C. $\frac{3}{5}$	D. $\frac{5}{8}$

25. En un centro escolar el 26% de los estudiantes usan frecuentemente el celular, ¿cuál es la probabilidad que de 10 estudiantes elegidos al azar, 4 sean usuarios frecuentes del celular?

A. 0.0195	B. 0.0473	C. 0.1576	D. 0.4000

Fuente: Mineducyt (2017a).

4.4.2 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2017

Una vez descritos los ítems correspondientes a la PAES Matemática del año 2017, se procedió a clasificarlos según los CCC. Cada ítem fue clasificado según esas categorías y el resultado del análisis se presenta a continuación en la Tabla 33:

Tabla 33

Clasificación de Ítems PAES-Matemática 2017 según área, conocimiento y año.

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
1	Trigonometría	Altura de un monumento en posición estándar aplicando razones trigonométricas	Procedimental	Primer
2	Estadística	Principio de multiplicación	Procedimental	Segundo
3	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Conceptual	Segundo
4	Álgebra y Geometría analítica	Término general de una sucesión aritmética	Procedimental	Segundo
5	Trigonometría	Cálculo de un ángulo de un triángulo rectángulo aplicando razones trigonométricas	Procedimental	Primer
6	Relaciones y funciones	Verificar resolución de ejercicio de logaritmos	Conceptual	Segundo
7	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos agrupados	Procedimental	Primer
8	Trigonometría	Aplicación de teorema del coseno	Procedimental	Segundo
9	Álgebra y Geometría analítica	Suma de "n" términos en una sucesión	Procedimental	Segundo
10	Álgebra y Geometría analítica	Construcción de la recta a partir de un punto y su pendiente	Procedimental	Segundo
11	Álgebra y Geometría analítica	Cálculo del dominio de una sección de una parábola, a partir de su gráfica	Conceptual	Segundo
12	Álgebra y Geometría analítica	Resolución de una inecuación cuadrática	Procedimental	Primer
13	Estadística	Resolución de un problema de probabilidad condicionada	Procedimental	Segundo
14	Álgebra y Geometría analítica	Interpretación de las desigualdades	Conceptual	Primer
15	Trigonometría	Aplicación del teorema del seno	Procedimental	Segundo
16	Álgebra y Geometría analítica	Término general de una sucesión geométrica	Procedimental	Segundo
17	Estadística	Aplicación de propiedad de la desviación estándar en datos simples	Conceptual	Primer
18	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
19	Estadística	Interpretación de datos a partir de una gráfica de pastel	Conceptual	Primer
20	Estadística	Cálculo de la media aritmética de datos simples	Procedimental	Primer
21	Estadística	Cálculo de probabilidad de distribución normal aplicando la tabla	Procedimental	Segundo
22	Trigonometría	Altura de un triángulo en posición estándar aplicando razones trigonométricas	Conceptual	Primer
23	Estadística	Aplicación de fórmula de permutación	Conceptual	Segundo
24	Estadística	Cálculo de probabilidad con casos probables y casos posibles	Conceptual	Segundo
25	Estadística	Aplicar fórmula de probabilidad binomial	Procedimental	Segundo

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2017a).

Considerando los datos que reflejan la tabla previa, se construyen las Tablas 34 y 35 a continuación. Según los datos de la Tabla 34, la distribución de los ítems según las áreas de conocimiento se mantiene igual respecto a los tres años anteriores.

El énfasis de la prueba siguen siendo los problemas de Estadística, seguidos por Algebra y Geometría analítica, y Trigonometría respectivamente, mientras que solo un ítem sigue siendo considerado para la prueba del área de Relaciones y funciones.

Tabla 34

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2017 según área de conocimiento.

Área	Cantidad de ítems	Porcentaje
Estadística	12	48.0 %
Relaciones y funciones	1	4.0 %
Trigonometría	5	20.0 %
Álgebra y Geometría analítica	7	28.0 %
Total	**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Los tipos de problemas en ese año son casi dos de cada tres de tipo procedimental, el mayor porcentaje al momento; mientras que los ítems de Matemática de contenidos del currículo del segundo año de bachillerato, siguen siendo los más colocados (64 %), tal como puede verificarse en la Tabla 35, a continuación:

Tabla 35

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2014 según tipo de conocimiento y año académico.

Tipo de ítem	Cantidad de ítems	Porcentaje	Año	Cantidad de ítems	Porcentaje
Procedimental	16	64.0 %	Primer	9	36 %
Conceptual	9	36.0 %	Segundo	16	64 %
Total	**25**	**100 %**	**Total**	**25**	**100 %**

Fuente: elaboración propia.

4.4.3 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2017

En la Tabla 36 se presenta la categorización de los problemas de Matemática de la PAES del año 2017, según la tipología de problemas del estudio (TPE). Cada ítem fue analizado según esta tipología y se describen la cantidad y porcentaje por categoría, a continuación:

Tabla 36

Problemas en la PAES-Matemática: año 2017.

N.°	Categoría	Ítems	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	-	0	4.0 %
2	Ejercicio	1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 16, 18, 20, 23	13	44.0 %
3	Ejercicio de algoritmo	8, 17, 19, 21	4	24.0 %
4	Problema de algoritmo	14, 15	2	4.0 %
5	Ejercicio contextualizado	5, 22, 24	3	16.0 %
6	Problema contextualizado	4, 12, 25	3	8.0 %
7	*Puzzle*	-	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	-	0	0.0 %
Total			**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

El análisis de estos datos refleja datos interesantes respecto a años anteriores. En este año aparecen dos problemas de la categoría prueba de conjetura, dado que en estos dos se pide al estudiante no la resolución de un problema como el resto, sino que que se invita al estudiante a una generalización. Sin embargo, a pesar de este contraste traído en los ítems 4 y 16, también en esta prueba destacan tres ítems del tipo ejercicio pseudo-contextualizado. Los problemas de algoritmo y problemas contextualizados se reducen y se mantiene una proporción alta de los ítems de la categoría ejercicio (40 %). La categoría *puzzle* tampoco es verificada en los ítems de Matemática de este año.

4.5 Ítems, análisis curricular y didáctico de PAES-Matemática: año 2018

4.5.1 Ítems de la PAES Matemática 2018

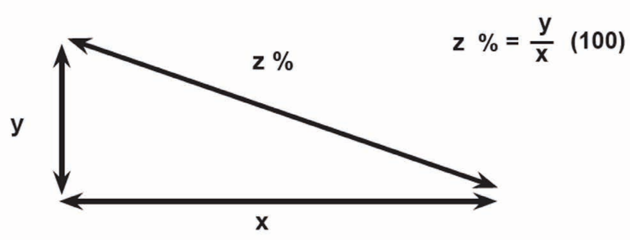
A continuación, en la Tabla 37, se presentan los ítems correspondientes a la asignatura de Matemática de la prueba PAES año 2018. Los ítems son descritos tal cual aparecen en el cuadernillo respetando integralmente su redacción y las opciones de respuesta. El orden en el que aparecen es según la versión uno del cuadernillo de Matemática.

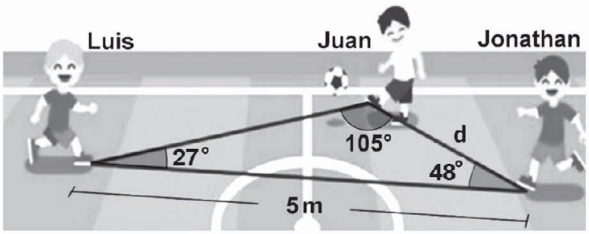
Tabla 37

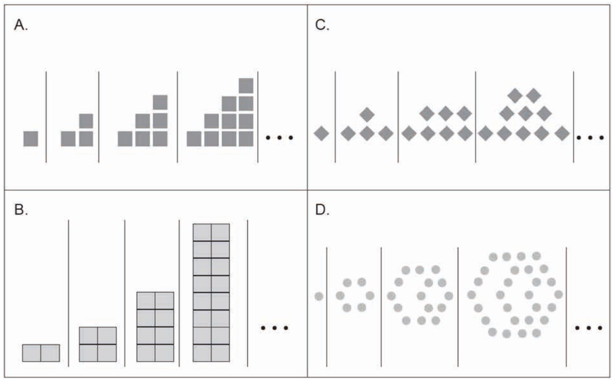
Ítems de Matemática en PAES 2018.

<table>
<tr><td colspan="2">1. En la construcción de inmuebles el porcentaje de inclinación de pendiente "z %", se calcula mediante la fórmula siguiente.

Según las normas internacionales de accesibilidad para las personas con discapacidad motora, las rampas de acceso en cualquier edificio deben tener un porcentaje máximo de inclinación de pendiente del 10 %.

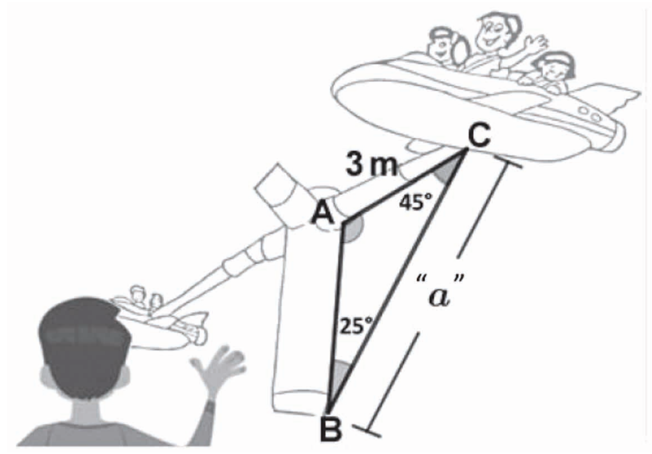
¿Cuál debe ser la distancia horizontal de una rampa para que cumpla con las normas internacionales de accesibilidad, si debe alcanzar una altura de 80 cm?</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>A. 460.70 cm</td><td>B. 793.73 cm</td><td>C. 800.00 cm</td><td>D. 806.23 cm</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Juan, Jonathan y Luis juegan fútbol. En un momento del partido se ubican como muestra la figura.

¿Cuál de las siguientes igualdades, permite determinar correctamente la distancia a la que se encuentran Juan y Jonathan?</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>A. $\frac{d}{sen\,(27°)} = \frac{5}{sen\,(48°)}$</td><td>B. $\frac{d}{sen\,(48°)} = \frac{5}{sen\,(27°)}$</td><td>C. $\frac{d}{sen\,(105°)} = \frac{5}{sen\,(27°)}$</td><td>D. $\frac{d}{sen\,(27°)} = \frac{5}{sen\,(105°)}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Los costos de producción de marcos para fotografías siguen un comportamiento lineal de acuerdo a los datos mostrados en la tabla:

¿Cuál de las siguientes ecuaciones de la línea recta, modela el costo de producción en términos de los marcos elaborados?</td><td colspan="2"><table><tr><th>Marcos elaborados (x)</th><th>Costo de producción C(X)</th></tr><tr><td>10</td><td>$ 220</td></tr><tr><td>20</td><td>$ 420</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>A. C(X) = 20x + 20</td><td>B. C(X) = 20x + 20</td><td>C. $C(X)\ = \frac{1}{20}x\ + 20$</td><td>D. $C(X)\ = \frac{1}{20}x\ + 20$</td></tr>
<tr><td colspan="2">4. Cada una de las secuencias abajo mostradas, está conformada por una cantidad de figuras semejantes que siguen diferentes patrones de construcción. ¿Cuál de las siguientes secuencias modela una sucesión geométrica?</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>A. A</td><td>B. B</td><td>C. C</td><td>D. D</td></tr>
</table>

5. Luis asistió a un parque de diversiones, observó desde el suelo a sus amigos que se encontraban en uno de los juegos y decidió calcular la distancia "a". Tomando en cuenta los datos mostrados.

¿Cuál es el resultado del cálculo de Luis?



A. 3.99 m	B. 4.24 m	C. 5.02 m	D. 6.67 m

6. Un fabricante de artículos tecnológicos, afirma que la función $f(x) = (\frac{4}{5})^x$ representa el porcentaje de productos que siguen funcionando después de "x" años.

¿Cuál de los siguientes procesos determina correctamente la cantidad de años "x", en los que el 20% de los productos del fabricante siguen funcionando?

A. $0.20 = \left(\frac{4}{5}\right)^x \log 0.20 = \log \left(\frac{4}{5}\right)^x \log 0.20 = x \log \left(\frac{4}{5}\right) \frac{\log 0.20}{\log \left(\frac{4}{5}\right)} = x$	B. $0.20 = \left(\frac{4}{5}\right)^x \frac{0.20}{\left(\frac{4}{5}\right)} = x$
C. $0.20 = \left(\frac{4}{5}\right)^x 0.20 = \log \left(\frac{4}{5}\right)^x 0.20 = x \log \left(\frac{4}{5}\right) \frac{0.20}{\log \left(\frac{4}{5}\right)} = x$	D. $0.20 = \left(\frac{4}{5}\right)^x 5(0.20) = 4^x 5(0.20) - 4 = x$

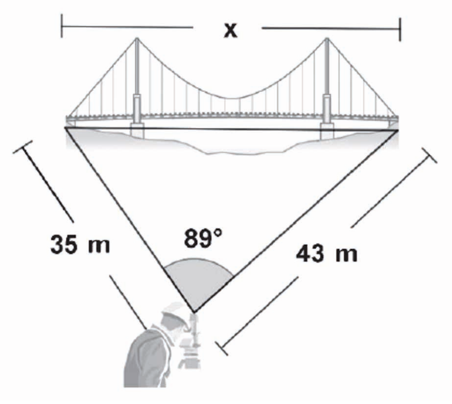
7. Karla dispone de las siguientes aplicaciones para descargar en su celular.

Si ella decide instalar en su celular siete aplicaciones distintas, ¿cuál de las siguientes expresiones, permite calcular los diferentes grupos de aplicaciones que podrá descargar?

A. $\frac{7!}{(12-7)!12!}$	B. $\frac{12!}{(12-7)!}$	C. $\frac{7!}{(12-7)!}$	D. $\frac{12!}{(12-7)!7!}$

8. Un topógrafo necesita calcular la longitud "x" del puente representado en la figura, por lo que, hace las siguientes mediciones.

¿Cuál de las siguientes expresiones determina la longitud "x" del puente?



A. $\sqrt{(35)^2 + (43)^2 + 2(35)(43)\cos(89°)}$m	B. $\sqrt{(35)^2 + (43)^2 - 2(35)(43)\cos(89°)}m$
C. (35+43+(35)(43)cos(89°)) m	D. (35+43-2(35)(43)cos(89°)) m

9. Una empresa especializada en la construcción de pozos, cobra $1,000 por perforar el primer metro de un pozo e incrementa en 10 % el precio de cada metro que se perfora respecto al costo del metro anterior. ¿Cuánto cobrará la empresa por perforar un pozo de 5 metros?

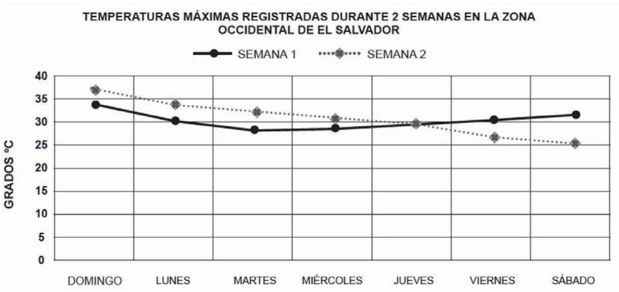
A. $5,010.00

B. $5,500.00

C. $6,105.10

D. $6856.40

10. Observa el siguiente gráfico e interpreta.



¿Cuál de las afirmaciones es correcta?

A. En la semana 1 desde el día martes la temperatura aumentó, mientras que en la semana 2 tendió a bajar a partir del día jueves.

B. En la semana 1 el día domingo se registró la mayor temperatura, mientras que en la semana 2 se registró el día sábado.

C. Las temperaturas en la semana 1 desde el día domingo tuvieron un comportamiento idéntico a las presentadas en la semana 2 a partir del mismo día.

D. Las temperaturas en la semana 1 desde el día martes tuvieron un comportamiento contrario a las presentadas en la semana 2 a partir del mismo día.

11. Una madre de familia motiva a su hija al hábito de ahorrar, sugiriéndole un plan progresivo de ahorro de monedas de un centavo, como el mostrado en la imagen.

¿Cuántos centavos habrá ahorrado en 30 días?

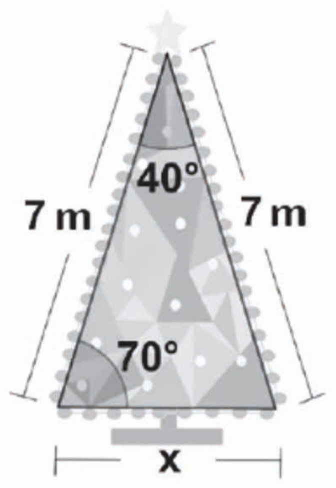
A. 900

B. 930

C. 960

D. 990

12. Una empresa dispone de una guía de luces de 20 m para decorar un árbol navideño gigante, como el que se muestra en la figura.



¿Alcanzará la guía de luces para decorar el árbol?

A. Sí, porque el perímetro es 18.79 m.

B. Sí, porque el perímetro es 19.87 m.

C. No, porque el perímetro es 20.8 m.

D. No, porque el perímetro es 21.00 m.

13. En la siguiente tabla, se presenta la cantidad de calorías que aportan al cuerpo el consumo de alimentos en las porciones mostradas.

Porción de alimentos	Cantidad de calorías
2 panes	255
2 tortitllas	218
1/2 taza de arroz	354
1 pechuga de pollo	134
1/2 taza de frijoles	151
1 mango	57
1 naranja	44

Según el Ministerio de Salud (MINSAL) en una dieta balanceada, para el almuerzo deberían consumirse un mínimo de 720 calorías y como máximo 1,000 calorías; de acuerdo a esta información y la presentada en la tabla, ¿cuál de las siguientes propuestas de almuerzo cumple los requerimientos de una dieta balanceada?

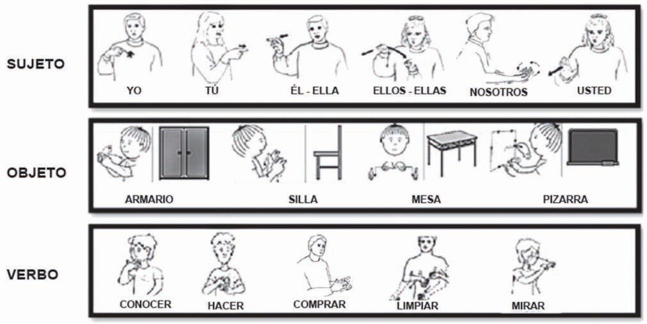
A. 4 panes, ½ taza de arroz y 1 taza de frijoles.

B. 1 pechuga de pollo, 1 taza de arroz, 2 tortillas y ½ taza de frijoles.

C. 1 pechuga de pollo, ½ taza de arroz, 2 tortillas y 1 mango

D. 4 panes, ½ taza de frijoles y 1 naranja.

14. Observa la imagen referida a la simbología del lenguaje de señas.



Si una oración con el lenguaje de señas tiene la siguiente estructura: Sujeto – objeto – verbo

¿Cuál de las siguientes expresiones permite determinar la cantidad de oraciones que se pueden formar con los elementos de la imagen?

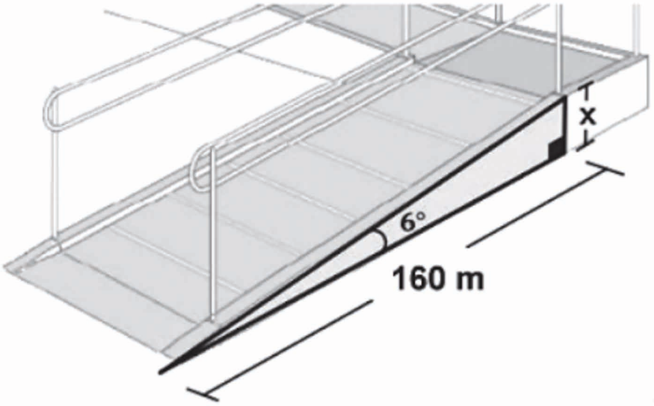
A. 15 + 14 + 13

B. 6x4x5

C. 6 +4 +5

D. 15x14x13

15. En una escuela se construirá una rampa con el fin de facilitar la movilidad a personas con discapacidad motora. Para que cumpla con las medidas de seguridad debe tener un ángulo como el mostrado en la figura.



¿Qué expresión permite encontrar la altura "x" que debe tener la rampa?

A. $\frac{160}{tan(6°)}$

B. 160 cos (6°)

C. $\frac{160}{cos\ (6°)}$

D. 160 tan (6°)

16. En una cafetería 6 de cada 10 clientes, prefieren desayunar pupusas. Si en una hora llegan siete comensales, ¿cuál es la probabilidad que cinco desayunen pupusas?

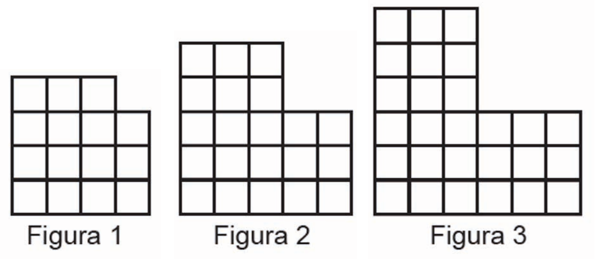
A. 0.0774

B. 0.0941

C. 0.2613

D. 0.7143

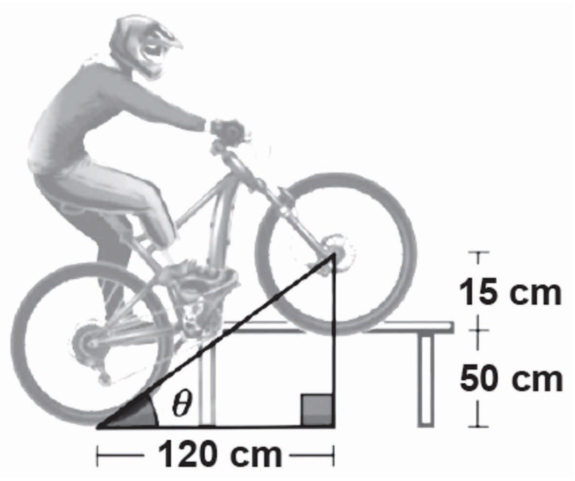
17. Observa las siguientes figuras construidas con cuadrados de lado uno.



¿Cuál de los siguientes términos an modela la cantidad de cuadros de cada figura?

A. $a_n=16^n-8$	B. $a_n=6^n+9$	C. $a_n=12^n+3$	D. $a_n=4(2)^n-1$

18. Adonay hizo una acrobacia con su bicicleta, como se muestra en la figura.



La medida del ángulo (que se forma al realizar la acrobacia es

A. 28.44°	B. 32.80°	C. 57.20°	D. 61.56°

19. En una fábrica el sueldo medio mensual es de $300. El empleador dará un incremento a sus trabajadores, ofreciéndoles la alternativa que sea por $30 al sueldo o el 10 % del sueldo.

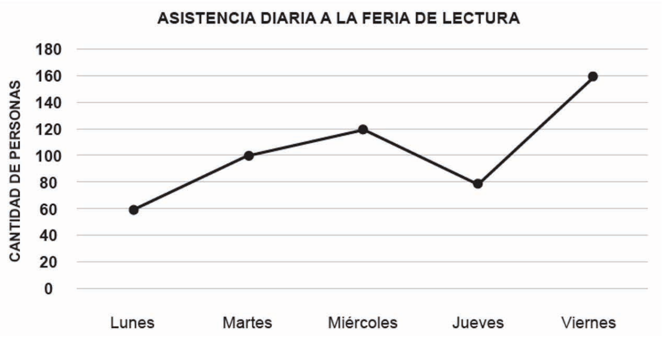
Los trabajadores se reúnen para discutir propuestas de conveniencia del incremento de acuerdo al sueldo, como se muestra:

I. El empleado que gana más del sueldo medio le conviene el incremento de $30.
II. El empleado que gana menos del sueldo medio le conviene el incremento del 10 %.
III. El empleado que gana menos del sueldo medio le conviene el incremento de $30.
IV. El empleado que gana el sueldo medio, cualquiera de los incrementos le conviene.

¿Cuál de los siguientes pares de propuestas discutidas son beneficiosas simultáneamente?

A. I y II	B. II y III	C. III y IV	D. I y IV

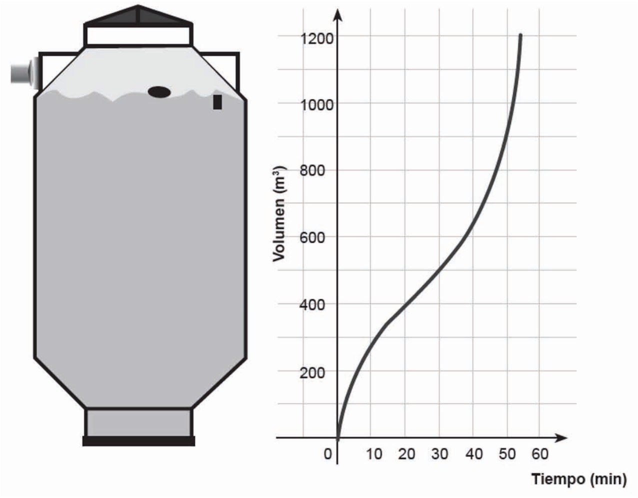
20. Los estudiantes de 2° año de bachillerato organizaron la semana de lectura y registraron la asistencia de cada día, como se muestra en el gráfico.



¿Cuál fue la cantidad media de asistentes por día?

A. 104	B. 110	C. 120	D. 160

21. Un depósito se llenó con 1200 m3 de agua como se muestra en la parte izquierda de la figura. En la parte derecha se traza la gráfica de la función que relaciona el volumen alcanzado en el depósito al transcurrir el tiempo.



Encuentra el dominio y recorrido de la función, cuando el volumen del depósito se llenó entre 400 y 900 m³.

A. Dom: [0,1200]; Rango: [0,60]
B. Dom: [20, 50]; Rango: [400, 900]
C. Dom: [400, 900]; Rango: [0,60]
D. Dom: [0, 60]; Rango: [0, 1200]

22. Los resultados obtenidos por un estudiante en la asignatura de Matemática a lo largo de cinco meses son los siguientes:

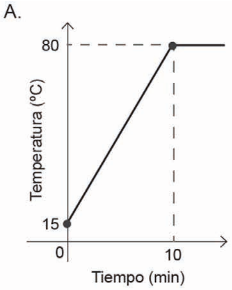
Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre
5.30	6.40	6.00	6.30	6.50

Si el estudiante se propone para el próximo mes incrementar en un 10 % su promedio actual, ¿qué promedio deberá obtener?

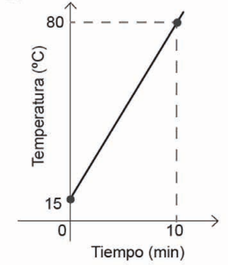
A. 6.10
B. 6.20
C. 6.71
D. 6.75

23. Un recipiente con agua a 15°C se coloca en el fuego, aumentando su temperatura constantemente hasta 80°C, durante los primeros 10 minutos. Luego de este tiempo la temperatura se mantuvo constante.

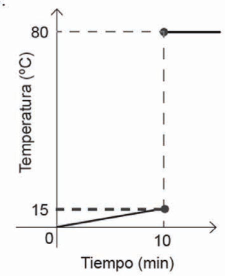
A.



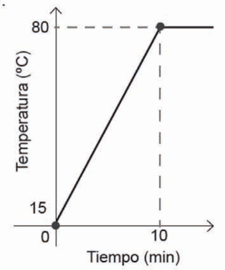
B.



C.



D.



¿Cuál de los siguientes gráficos representa adecuadamente el fenómeno descrito?

A. A
B. B
C. C
D. D

24. Una institución de beneficencia hará la rifa de un carro y solo se venderán 300 boletos. Si una persona quiere tener un 30 % de posibilidades de sacarse el premio, ¿qué cantidad mínima de números debe comprar?

A. 10
B. 30
C. 90
D. 100

25. Se ha comprobado que el peso de grupos de ocho personas en un ascensor, tiene una distribución normal con media de 1200 lb y una desviación estándar de 200 lb.

¿Cuál es la probabilidad que un grupo de ocho personas que entran en un ascensor pese más de 1016 lb?

A. 0.1788	B. 0.3212	C. 0.6424	D. 0.8212

Fuente: Mineducyt (2018a)

4.5.2 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2018

La clasificación de los ítems de la prueba del año en cuestión se hace a partir del orden descrito en la Tabla 37 y son clasificados cada uno de los ítems según los CCC ya conocidos: área de conocimiento, tema, tipo de conocimiento y año académico correspondiente. A seguir, en la Tabla 38, se desarrolla el análisis curricular de los ítems de la PAES-Matemática 2018.

Tabla 38

Clasificación de Ítems PAES-Matemática 2018 según área, conocimiento y año.

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
1	Trigonometría	Aplicación razones trigonométricas	Procedimental	Primer
2	Trigonometría	Comprensión del teorema del seno	Conceptual	Segundo
3	Álgebra y Geometría analítica	Aplicación ecuación de la recta	Procedimental	Segundo
4	Álgebra y Geometría analítica	Sucesiones geométricas	Procedimental	Segundo
5	Trigonometría	Aplicación del teorema del seno	Procedimental	Segundo
6	Relaciones y funciones	Construcción y aplicación de logaritmos	Conceptual	Segundo
7	Estadística	Aplicación de combinatorio	Conceptual	Segundo
8	Trigonometría	Comprensión del teorema del coseno	Conceptual	Segundo
9	Álgebra y Geometría analítica	Sucesiones geométricas	Procedimental	Segundo
10	Estadística	Interpretación de gráfico de líneas	Conceptual	Primer

Ítem	Área	Tema	Tipo	Año
11	Álgebra y Geometría analítica	Sucesiones aritméticas	Procedimental	Segundo
12	Trigonometría	Aplicación teorema del coseno	Procedimental	Segundo
13	Álgebra y Geometría analítica	Suma de números enteros	Procedimental	Primer
14	Estadística	Principio de la multiplicación	Conceptual	Segundo
15	Trigonometría	Aplicación de razones trigonométricas	Conceptual	Primer
16	Estadística	Cálculo de probabilidad binomial	Procedimental	Segundo
17	Álgebra y Geometría analítica	Comprensión de sucesiones aritmética y geométrica	Procedimental	Segundo
18	Trigonometría	Aplicación de razones trigonométricas	Procedimental	Primer
19	Estadística	Comprensión media aritmética	Conceptual	Primer
20	Estadística	Aplicación de media aritmética	Procedimental	Primer
21	Álgebra y Geometría analítica	Dominio y rango de una función	Conceptual	Primer
22	Estadística	Media aritmética	Procedimental	Primer
23	Álgebra y Geometría analítica	Interpretación de una función lineal	Conceptual	Primer
24	Estadística	Cálculo de probabilidad con casos probables y casos posibles	Conceptual	Segundo
25	Estadística	Cálculo de probabilidad con distribución normal	Procedimental	Segundo

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2018a).

A partir del análisis curricular de los ítems descritos en la tabla anterior, puede notarse una diferencia de la distribución de los ítems seleccionados para este año según el área de conocimiento. En esta ocasión, las áreas de Estadística, Álgebra y Geometría analítica, y Trigonometría siguen siendo en ese orden las que más aparecen en la prueba; sin embargo, aparecen un poco más equilibradas, con solo dos ítems de diferencia entre la primera y la tercera. Del área Relaciones y funciones sigue la constante de aparecer solo un ítem, al igual que los demás años estudiados (Tabla 39).

Tabla 39

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2018 según área de conocimiento.

Área	Cantidad de ítems	Porcentaje
Estadística	9	36.0 %
Relaciones y funciones	1	4.0 %
Trigonometría	7	28.0 %
Álgebra y Geometría analítica	8	32.0 %
Total	**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Respecto al tipo de ítem, conceptual y procedimental, los ítems aparecen más distribuidos entre sí, pero con énfasis en los ítems procedimentales. Sobre el origen de los ítems según el año académico de pertenencia, los ítems se muestran en un porcentaje similar a los años del estudio, priorizando los temas del segundo año de bachillerato. Estos datos se presentan en la Tabla 40, a continuación:

Tabla 40

Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2018 según tipo de conocimiento y año académico.

Tipo de ítem	Cantidad de ítems	Porcentaje	Año	Cantidad de ítems	Porcentaje
Procedimental	14	56.0 %	Primer	10	40.0 %
Conceptual	11	44.0 %	Segundo	15	60.0 %
Total	**25**	**100 %**	**Total**	**25**	**100 %**

Fuente: elaboración propia.

4.5.3 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2018

Como se ha dicho anteriormente, el análisis didáctico se hace a partir de las TPE, es decir, cada ítem fue analizado en su contexto, formulación y método considerando las categorías descritas en la Tabla 16. Con esto como orientación y, a partir del orden de los ítems la Tabla 38, el análisis didáctico de los ítems de la prueba PAES-Matemática 2018 se describe en la Tabla 41:

Tabla 41

Problemas en la PAES-Matemática: año 2018.

N.°	Categoría	Ítems	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	2, 5, 18	3	12.0 %
2	Ejercicio	6, 7, 8, 10, 15, 20, 21, 23	8	32.0 %
3	Ejercicio de algoritmo	4	1	4.0 %
4	Problema de algoritmo	-	0	0.0 %
5	Ejercicio contextualizado	1, 3, 9, 11, 13, 14, 16, 19, 22, 24	10	40.0 %
6	Problema contextualizado	12, 25	2	8.0 %
7	*Puzzle*	-	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	17	1	4.0 %
Total			**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

Esta categorización de los ítems en la clasificación de ejercicios contextualizados fue la que más ítems contó, seguida de los ítems de la categoría ejercicio. Ambas categorías suman más del 70 % de los ítems de la prueba. Destaca en esta ocasión un solo ítem de la categoría prueba de conjetura, y los problemas de algoritmos como problemas contextualizados siguen siendo poco utilizados. Cero menciones de ítems de tipo *puzzle*, como en todos los años anteriores, y nuevamente repiten los tres ítems de la categoría ejercicios pseudo-contextualizados.

En este año, los ítems presentados reflejan una intención de reducir los ítems con enunciados puramente matemáticos y tratan de contextualizarlos; sin embargo, al intentarlo caen en algunos enunciados cuestionados que pueden ser verificados por el lector.

Finalizada la presentación del análisis curricular y didáctico de los ítems de Matemática de la prueba PAES en el período 2014 al 2018, en la siguiente sección se hace un análisis general de los datos presentados.

4.6 Análisis general

En esta sección, a modo de cierre, se hace un análisis global, desde lo curricular y lo didáctico, de los 125 ítems de Matemática presentes en las ediciones de la PAES de los años 2014 al 2018.

4.6.1 Análisis curricular ítems PAES-Matemática 2014-2018

Luego de un análisis anual de los ítems de Matemática presentados en la PAES en los años 2014 a 2018, resulta interesante destacar algunos datos de manera global de esta prueba. Como puede verificarse en la Tabla 42, puede decirse que, en lo que respecta al área de procedencia de los ítems de Matemática para la PAES, estos se mostraron casi en la misma proporción, a excepción del año 2018. El énfasis de la prueba en ese período era mayoritariamente Estadística con temas como: cálculo de probabilidades, interpretación de gráficos, media aritmética, la combinación y permutación. El único problema del área Relaciones y funciones en los años estudiados se refería al logaritmo, ya sea verificando procedimientos o aplicando las propiedades.

Los temas más destacados en el área de Trigonometría hacían énfasis en el cálculo de lados o ángulos por ley de seno o ley del coseno, y el cálculo de altura. Los temas predilectos para los ítems del área de Álgebra y Geometría analítica eran encontrar sucesiones aritméticas o geométricas, desigualdades, dominio y rango de funciones y cálculo de pendientes.

Tabla 42

Clasificación de ítems PAES-Matemática por área. Período 2014-2018.

Área	2014	2015	2016	2017	2018
Estadística	12	12	12	12	9
Relaciones y funciones	1	1	1	1	1
Trigonometría	5	5	5	5	7
Álgebra y Geometría analítica	7	7	7	7	8
Total	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**

Fuente: elaboración propia, con base en Mineducyt (2014a, 2015a, 2016a, 2017a, 2018a) y Mineducyt (2008a).

Al realizar un análisis comparativo entre la distribución de los ítems de Matemática en la prueba en el periodo del estudio y la distribución del currículo de Matemática de bachillerato vigente (Mineducyt, 2008a) por áreas de conocimiento, puede verificarse casi una similitud en su distribución. De haberse hecho una repartición de los ítems en función de la carga horaria de bachillerato, los ítems de Álgebra y Geometría analítica, y Estadística, tendrían casi los mismos datos. Sin embargo, la representación del área de Relaciones y funciones habría ganado un ítem más cada año y se habría reducido un ítem por año del área de Trigonometría, que fue sobrerrepresentada, si se considera esta variable (Tabla 43).

Tabla 43

Comparativo de porcentaje de horas del currículo de Matemática (2008) y de ítems de Matemática en la prueba PAES-Matemática en el período 2014-2018 por áreas del conocimiento.

Área de conocimiento	Porcentaje de horas clase	Porcentaje de ítems en el periodo 2014-2018
Estadística	43.8 %	45.6 %
Relaciones y funciones	9.4 %	4.0 %
Trigonometría	15.6 %	21.6 %
Álgebra y Geometría analítica	31.3 %	28.8 %
Total	**100 %**	**100 %**

Fuente: elaboración propia a partir de datos de la Tabla 5 y Tabla 42.

En las Tablas 44 y 45 se presenta el resumen de la clasificación de los ítems por tipo de conocimiento (procedimental y conceptual) y por el año académico de procedencia del ítem (primer o segundo año de bachillerato). Los ítems de Matemática por tipo de conocimiento mostraron mayor variabilidad que el año académico de procedencia; sin embargo, el énfasis de los ítems era siempre más del 50 % del área procedimental y más del 60 % de contenidos del segundo año de bachillerato. Esta tendencia se rompe en el año 2018, en el que se muestra mayor variabilidad en las áreas de conocimiento, tipo de conocimiento y año de procedencia.

Tabla 44

Clasificación de ítems PAES-Matemática por tipo de ítem: período 2014-2018.

Tipo de ítem	2014	2015	2016	2017	2018
Procedimental	15	13	13	16	14
Conceptual	10	12	12	9	11
Total	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2014a, 2015a, 2016a, 2017a, 2018a) y Mineducyt (2008a).

Tabla 45

Clasificación de ítems PAES-Matemática por nivel de procedencia: período 2014-2018.

Área	2014	2015	2016	2017	2018
Primer	9	9	9	9	10
Segundo	16	16	16	16	15
Total	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**

Fuente: elaboración propia con base en Mineducyt (2014a, 2015a, 2016a, 2017a, 2018a) y Mineducyt (2008a).

4.6.2 Análisis didáctico ítems PAES-Matemática 2014-2018

Cuando se hace el análisis didáctico de los 125 ítems, que aparece resumido en las Tablas 46 y 47, se pueden destacar varios datos interesantes.

Probablemente, el área que más problemas ocasionó para la construcción de problemas o ejercicios contextualizados fue Trigonometría, que tenía en promedio cinco de los veinticinco ítems cada año; esto se sustenta porque todos los ítems categorizados como ejercicios pseudo-contextualizados eran de esta área. Los ítems mostraban poca creatividad, limitándose a cambiar alguna imagen o figura, y daban una percepción muy limitada y engañosa de la aplicación del contenido a elementos del día a día del estudiante.

La categoría ejercicio es con diferencia la que más ítems contó en el período: 52 de 125, cerca del 42 %. También, es de destacar que la tendencia parecía reducirse año tras año, especialmente el año 2018, que ya fue visible en el análisis curricular, que muestra un interés de diferenciarse de los años anteriores. Los ítems de la categoría ejercicio tienen como característica que el enunciado ya indicaba al estudiante el procedimiento que debía realizar; otra modalidad, era que solo solicitaban que el estudiante seleccionara un procedimiento realizado o relacionara el enunciado con un concepto directo.

Los ejercicios y problemas con algoritmo fueron poco explorados en este período; sin embargo, puede notarse que fue una decisión en el diseño debido a que, en los años 2014, 2015 y 2016, ambas categorías podían superar el 25 % de los ítems, pero que en 2017 y 2018, se redujo al 8 % y 4 % respectivamente. Por lo tanto, se evidencia una intención de contextualizar, a veces bien, a veces mal, los temas a evaluar.

Mientras que la tendencia en los años 2014, 2015 y 2016 era utilizar ítems más de tipo contexto matemático, en los años 2017 y 2018 se revierte esa tendencia, dando lugar a más ítems de las categorías ejercicio y problema contextualizado; de hecho, para el año 2018 estas dos categorías suman casi el 50 % de los ítems de la prueba. Para este tipo de ítems los diseñadores utilizan esquemas, tablas estadísticas y gráficos, mucho más elaborados y con temáticas más cercanas a su entorno. No obstante, y en una lógica generalizable a las demás categorías, los problemas suelen ser casi similares en su estructura, modificándose un poco los datos.

A juicio del autor, ninguno de los 125 ítems analizados encaja en la categoría *puzzle*. No se evidencian ítems con destacada creatividad y que generen diversas formas de pensar del estudiante. Sin embargo, los ítems de prueba de conjetura sí aparecen y se dan en los años que precisamente se buscó reorientar los ítems de la prueba, es decir, los años 2017 y 2018.

Los tres ítems catalogados como prueba de conjetura pertenecen al área de Álgebra y Geometría analítica. En estos problemas no se hace uso del clásico «encuentre/calcule/despeje la variable» o «conteste tal», sino que se propone al estudiante un ejercicio de generalización en temática de sucesiones aritméticas o geométricas.

A pesar de que no aparece una demostración en sí, se consideran estos problemas interesantes a ser explorados. La distribución de los 125 en función de las categorías y los años del estudio se pueden verificar en las Tablas 46, 47 y 48, a continuación:

Tabla 46

Cantidad de ítems de la prueba PAES-Matemática por categorías: años 2014-2018.

N.°	Categoría	Cantidad de ítems por año					Total del período 2014-2018
		2014	2015	2016	2017	2018	
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	1	1	0	3	3	8
2	Ejercicio	10	11	13	10	8	52
3	Ejercicio de algoritmo	3	6	4	2	1	16
4	Problema de algoritmo	4	1	2	0	0	7
5	Ejercicio contextualizado	5	4	3	7	10	29
6	Problema contextualizado	2	2	3	1	2	10
7	*Puzzle*	0	0	0	0	0	0
8	Prueba de conjetura	0	0	0	2	1	3
Total		**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**125**

Fuente: elaboración propia a partir de las tablas 21, 26, 31, 36 y 41.

Tabla 47

Porcentaje de ítems de la prueba PAES-Matemática por categorías: años 2014-2018.

N.°	Categoría	Cantidad de ítems por año					Total del período 2014-2018
		2014	2015	2016	2017	2018	
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	4.0 %	4.0 %	0.0 %	12.0%	12.0%	6.4%
2	Ejercicio	40.0 %	44.0%	52.0%	40.0%	32.0%	41.6%
3	Ejercicio de algoritmo	12.0 %	24.0%	16.0%	8.0%	4.0%	12.8%
4	Problema de algoritmo	16.0 %	4.0%	8.0%	0.0%	0.0%	5.6%
5	Ejercicio contextualizado	20.0%	16.0%	12.0%	28.0%	40.0%	23.2%
6	Problema contextualizado	8.0%	8.0%	12.0%	4.0%	8.0%	8.0%
7	*Puzzle*	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
8	Prueba de conjetura	0.0%	0.0%	0.0%	8.0%	4.0%	2.4%
Total		**100%**	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**

Fuente: elaboración propia a partir de las tablas 21, 26, 31, 36 y 41.

Tabla 48

Problemas en la PAES-Matemática: años 2014-2018.

N.°	Categoría	Cantidad de ítems	Porcentaje
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	8	6.4 %
2	Ejercicio	52	41.6 %
3	Ejercicio de algoritmo	16	12.8 %
4	Problema de algoritmo	7	5.6 %
5	Ejercicio contextualizado	29	23.2 %
6	Problema contextualizado	10	8.0 %
7	*Puzzle*	0	0.0 %
8	Prueba de conjetura	3	2.4 %
Total		**25**	**100.0 %**

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 49 se presenta un resumen incluyendo los ítems, cantidad de menciones y su porcentaje por categoría en los años 2014 al 2018.

Tabla 49

Cuadro resumen. Análisis didáctico ítems PAES-Matemática: años 2014-2018.

N.°	**Categoría**	**Año 2014**			**Año 2015**			**Año 2016**			**Año 2017**			**Año 2018**		
		Ítems	**F**	**F**	**Ítems**	**F**	**f**	**Ítems**	**F**	**f**	**Ítems**	**F**	**f**	**Ítems**	**F**	**f**
1	Ejercicio pseudo-contextualizado	23	1	4.0%	15	1	4.0%	-	0	0.0%	1, 8, 15	3	12.0%	2, 5, 18	3	12.0%
2	Ejercicio	1, 5, 10, 12, 13, 14, 18, 19, 21, 25	10	40.0%	1, 2, 4, 5, 8, 10, 17, 20, 21, 22, 23	11	44.0%	1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 16, 18, 20, 23	13	52.0%	3, 6, 7, 10, 11, 12, 19, 22, 23, 24	10	40.0%	6, 7, 8, 10, 15, 20, 21, 23	8	32.0%
3	Ejercicio de algoritmo	4, 8, 17	3	12.0%	3, 7, 9, 14, 24, 25	6	24.0%	8, 17, 19, 21	4	16.0%	5, 21	2	8.0%	4	1	4.0%
4	Problema de algoritmo	2, 6, 7, 24	4	16.0%	13	1	4.0%	14, 15	2	8.0%	-	0	0.0%	-	0	0.0%
5	Ejercicio contextualizado	3, 11, 16, 20, 22	5	20.0%	6, 11, 12, 18	4	16.0%	5, 22, 24	3	12.0%	2, 13, 14, 17, 18, 20, 25	7	28.0%	1, 3, 9, 11, 13, 14, 16, 19, 22, 24	10	40.0%
6	Problema contextualizado	9, 15	2	8.0%	16, 19	2	8.0%	4, 12, 25	3	12.0%	9	1	4.0%	12, 25	2	8.0%
7	*Puzzle*	-	0	0.0%	-	0	0.0%	-	0	0.0%	-	0	0.0%	-	0	0.0%
8	Prueba de conjetura	-	0	0.0%	-	0	0.0%	-	0	0.0%	4, 16	2	8.0%	17	1	4.0%
Total			**25**	**100.0%**		**25**	**100.0%**		**25**	**100.0%**		**25**	**100.0%**		**25**	**100.0%**

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Considerando los datos y argumentos detallados en las páginas anteriores, se presentan algunas reflexiones finales. Con todo esto, ¿qué experiencias de resolución de problemas en Matemática habrían experimentado los estudiantes salvadoreños en la PAES? A pesar de que, según el currículo salvadoreño, el enfoque en Matemática es la resolución de problemas, lo cierto es que los datos no dan lugar a dudas: un poco más del 10 % de los ítems evaluados tenían características de resolución de problemas desde la perspectiva de Pólya (1995), Dante (2009), Borasi (1986) y Onuchic y Allevato (2011).

En general, los estudiantes experimentaron en esta prueba una Matemática de cálculos, de aplicación de dos o tres pasos ya implícitos en los enunciados y en un contexto de poca creatividad. Esta conclusión nos ayuda a entender en qué Matemática está interesada en el Ministerio de Educación en evaluar: al parecer, el Mineducyt no estaba interesado en una Matemática que hiciera reflexionar sobre aspectos de la sociedad salvadoreña, ni en una Matemática de razonamiento, de deducción, y sí en una de carácter inmediatista de los datos. De esa forma, la Matemática que se evidencia en la PAES, en el período de análisis, era con enfoque en los resultados, en la obtención de datos y no una más analítica.

Sin embargo, esta comprensión de la Matemática presente en la PAES no puede ser entendida sin considerar elementos curriculares. Como suele ocurrir, existe una relación biyectiva entre currículo y pruebas estandarizadas. Una moldea a la otra y ella es moldeada por la otra. Esto ha sido constatado año tras año mientras la PAES estuvo vigente, cuando en las semanas finales los centros escolares olvidaban su planificación escolar, y se convertían en centros de entrenamiento y resolución de ítems tipo PAES, hecho que se agravó aún más, cuando el Mineducyt liberó los cuadernillos: esto llevó a semanas de entrenamiento y resolución de los ítems de Matemática que, como se evidenció, tenían un mismo patrón y estructura y solo había algunas modificaciones de datos. La Matemática en la PAES acentuó su enfoque calculista y poco reflexivo. De este modo, cambiar la Matemática que se evalúa implica sí y solo sí se cambia la forma en cómo enseñamos.

Esto nos lleva a una necesidad que podría llamarse *problematizar la resolución de problemas*. Resolución de problemas es, desde una vertiente didáctica, el corazón de la Matemática (Onuchic *et al.*, 2021). Siendo así, el papel del profesor en el diseño de los problemas a desarrollar con los estudiantes, es muy importante y debe ganar espacio en su formación (no formación inicial y continua, porque la formación del docente es permanente, más allá de los títulos y diplomas). Lo anterior genera las siguientes interrogantes: ¿cómo se forman los docentes de Matemática (en El Salvador) en la resolución de problemas?, ¿qué vertientes teóricas lo sustentan?, ¿qué prácticas *en/para/a través* de la resolución de problemas experimentan? Este tema sería interesante abordarlo a futuro.

Por otro lado, surge la pregunta: ¿qué hacer entonces? Luego de analizar estos ítems y de leer lo que dicen investigadores de la resolución de problemas, no existe una forma única de tratar los problemas en el aula. Creo que, como lo señalan los investigadores citados, los estudiantes deben enfrentarse constantemente a distintos tipos de problemas, desde los simples ejercicios a las más complejas y variadas situaciones modelizadas desde el día a día en el contexto de los estudiantes. Cada tipo de problema cumple su rol; lo que no puede ser aceptado es continuar la lista interminable de ítems del mismo estilo. Nuevamente, ¿cómo experimentan los docentes la resolución de problemas?

Lejos debe estar la práctica en que los estudiantes de Educación Básica y Media, y docentes en formación, resolvían una interminable lista de ejercicios que solo cambiaban la letra, un signo o que iban en orden de complejidad, que era lo usual en la formación a hasta finales de siglo XX (Candray, 2022).

Otro elemento en cuestión que me gustaría traer al diálogo es: ¿cuál debería ser la fuente para la redacción de los problemas? Leyendo los ítems presentados en la PAES en ese período parece que la Matemática tiene dificultad de contextualizar problemas, pero ¿qué realidades y contextos particulares podrían inspirar problemas en el contexto salvadoreño? Esta es una pregunta para explorar en estudios más adelante, dado que el currículo asume como enfoque la resolución de problemas.

Por otro lado, si como dice Onuchic *et al.* (2021), un problema solo lo es si el que lo resuelve está interesado en resolverlo, esto nos plantea un interesante debate porque más de algún lector considerará que los estudiantes en realidad no quieren resolver problemas. Esta variable también complejiza el diseño de las estrategias. Esto resulta muy importante para la vida propia de la Matemática escolar. El profesor de Matemática no debe estar interesado en formar mini matemáticos, ni especialistas (los que lo deseen podrán en el transcurso del tiempo dedicarse a ello), pero sí debería ser su interés formar estudiantes con una conciencia Matemática aplicable[5] en la sociedad que vive. Esto pasa por cuestionar el currículo, las metodologías, los libros de texto, su propia práctica y su propio hacer como docente; esto, no es tan fácil, sin duda.

---

5 Lo que en la Educación Matemática se conoce como Alfabetización Matemática, es decir, cuando el niño es capaz de leer, comprender e interpretar signos y símbolos propios del lenguaje matemático (Danyluk, 1988). O Literacy Mathematical, en algunas agencias internacionales de educación.

Llevar esto a cabo requiere no solamente la voluntad del docente, sino también de las instituciones dando espacio al docente para pensar, reflexionar, crear y seleccionar los problemas; ¿está diseñado el sistema para que los docentes reflexionen?, ¿está diseñada la jornada laboral para que se incentive la creatividad, la innovación y la diversidad de enfoques? En el caso salvadoreño, al día de hoy, el sistema educativo y las reformas recientes no parecen tener ese interés. Ahora bien, si el docente no tiene experiencias para *problematizar* la resolución de problemas, quedan muy pocas esperanzas para que la enseñanza en el aula sí lo sea.

A manera de cierre

Esta investigación tuvo como objetivo analizar los ejercicios y problemas de Matemática utilizados en la prueba estandarizada PAES, aplicada en el período 2014-2018. Para ello se hizo un análisis curricular, apoyado en el currículo de Matemática del bachillerato de 2008, que sustentó la PAES en El Salvador; y un análisis didáctico, que significó la construcción de una tipología de problemas a partir de los aportes teóricos de Borasi (1986), Dante (2009) y Conejo y Ortega (2013). Esto sirvió para analizar los 125 ítems de Matemática que fueron el centro de atención en estas páginas.

Como resultado de esta investigación, además de cumplir con los objetivos de la misma, se presenta una tipología de problemas para las pruebas estandarizadas, que dejó a debate y perfeccionamiento una discusión curricular de la Matemática educativa de bachillerato, en un período determinado; y un diálogo sobre la resolución de problemas. Como se señaló en cada uno de esos subtemas, no se pretende agotarlos, y sí incentivar a la discusión en El Salvador.

Esta problemática dispara muchas investigaciones con distintas aristas, una de las cuales es el tratamiento didáctico de las pruebas estandarizadas, pero no es la única. A futuro cercano, es importante investigar el papel de las pruebas estandarizadas en la definición del currículo oficial y el currículo enseñado (Sacristán, 2013); la relación biyectiva del currículo y las pruebas estandarizadas; el impacto de las pruebas estandarizadas en el diseño de las políticas educativas; evaluación en Educación Matemática, la formación docente y el valor académico y didáctico, desde la Educación Matemática, de la nueva prueba Avanzo.

Como se describió al inicio de este estudio, la prueba PAES ya no existe más en El Salvador y fue sustituida por la prueba Avanzo, que tiene características diferentes. Este no es un epitafio de la PAES, no es el objetivo, además, ya se escribió al respecto[6]. Se espera que este material

---

[6] Vida, obra y muerte de la Paes, en: https://www.disruptiva.media/vida-obra-y-muerte-de-la-paes/

sirva para la reflexión de los docentes y para la construcción de conocimiento crítico de y a partir de lo dialogado en estas páginas. Quizás solo así se evitará ver más «*problemas*» del tipo «Juanito fue a comprar 500 sandías al súper…», o que se imaginen triángulos en una cancha de futbol.

Referencias

Alexanderson, G.; Bacon, H.; Feferman, S.; Herriot, H. (198?). *Memorial resolution: George Polya, 1887–1985*. Stanford University, https://stacks.stanford.edu/file/druid:qc441vt8399/SC0193_MemorialResolution_PolyaG.pdf. Acceso el: 16 feb. 21.

Bardin, L. (1996). *El análisis de contenido.* 2da Edición. Madrid: Ediciones Akal.

Bogan, R; Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação*. Porto Editora.

Borasi, R. (1986), *"On the nature of problems". Educational studies in Mathematics, 17* (2). https://link.springer.com/article/10.1007/BF00311517

Candray, J.; Rolkouski, E. (2021). Investigación y/en educación Matemática: ideas iniciales. *Realidad y Reflexión, 53*(53), 136–154. https://doi.org/10.5377/ryr.v53i53.10893

Candray, J. (2022). *La formación del profesor de Matemática en El Salvador: el caso de la Escuela Normal Superior.* https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/480/416

Conejo, L.; Ortega, T. (2013). Clasificación de los problemas propuestos en aulas de Educación Secundaria Obligatoria. *Educación Matemática*, 25 (3), 129-158.

Dante, L. R. (2009). *Formulação e resolução de problemas de Matemática: teoria e prática*. 1ra Edición. San Pablo, Editorial Ática.

D'Amore, B. (2007). *Elementos de didáctica da Matemática.* 1ra Edición. Traducción María Cristina Bonimi. São Paulo: Editora Livraria da Física. Título original: Elementi di didatica della Matemática, 1999.

Echeverría, M. P. P. (1998). *A solução de problemas em Matemática*. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

Echeverría, M. P. P.; Pozo, J. I. (1998). *Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender*. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

El Diario de Hoy. (23 noviembre de 2015). Alumnos reprueban la PAES con nota global de 5.30. *El Diario de Hoy*. https://historico.elsalvador.com/historico/167060/alumnos-reprueban-la-paes-con-nota-global-de-5-30.html.

El Diario de Hoy. (21 noviembre de 2016). Los colegios e institutos con mejores resultados en la PAES 2016. *El Diario de Hoy*. https://historico.elsalvador.com/historico/167060/alumnos-reprueban-la-paes-con-nota-global-de-5-30.html

El Diario de Hoy. (15 de noviembre de 2018). Prueba PAES 2018 con promedio 5.66. *El Diario de Hoy*. https://www.laprensagrafica.com/elsalvador/Nota-global-de-PAES-2014-fue-de-5.2-20141119-0072.html

El Salvador. Asamblea Legislativa de El Salvador. (1996b). *Ley General de Educación*. Diario Oficial N.° 242, tomo 333, 21 de diciembre de 1996.

Fernández, A. (2019). Padre de la Paes: "La prueba no es válida". *El Faro*. https://elfaro.net/es/201901/ef_tv/22889/Padre-de-la-Paes-la-prueba-no-es-v%C3%A1lida.htm

La Prensa Gráfica. (19 de noviembre de 2014). Nota global de PAES 2014 fue de 5.2. *La Prensa Gráfica*. https://www.laprensagrafica.com/elsalvador/Nota-global-de-PAES-2014-fue-de-5.2-20141119-0072.html.

La Prensa Gráfica. (19 de noviembre de 2017). Nota global PAES supera solo por 10 centésimas a 2016. *La Prensa Gráfica*. https://www.laprensagrafica.com/elsalvador/Nota-global-PAES-supera-solo-por-10-centesimas-a-2016-20171115-0107.html

Linuesa, M. (2013). *Elaborar o currículo: prever e representar a ação*. En: Sacristán, J. Saberes e incertezas sobre o currículo. Porto Alegre: Penso, p. 226-247. Título Original: Saberes e incertidumbres sobre el currículum.

Lopes, A. J. (2014). *Resolução de problemas*. En: Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Saberes Matemáticos e outros campos do saber, Caderno 8.

Frank, T. (2004). *George Pólya and the heuristic tradition. Revista Brasileira de História da Matemática*, p. 19-36.

Garnica, A.V.M. (2013). *História Oral e Educação Matemática. In. Borba, M.C.; Araújo, J.L. Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 5ta Ed. Belo Horizonte, Brasil: Autores Associados.

Imbernon, F. (2009). *Formação permanente do professorado: novas tendências.* Tradução de: Valenzuela, S. T. 1. Ed. São Paulo. Título Original: Nuevas tendencias en la formación permanente del profesorado.

Mineducyt. Ministerio de Educación (MINED). (1996a). *Sistemas Educativos Nacionales: El Salvador.* San Salvador. Organización de Estados Americanos.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (1997a). *Fundamentos Curriculares de la Educación Nacional.*

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (1997b). *Normas y orientaciones curriculares para la formación inicial de maestros*, volumen 1.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (1999). *Lineamientos para la evaluación de los aprendizajes en Educación Parvularia, Educación Básica y Educación Media.*

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2005). *Plan Nacional de Educación 2021: Fundamentos*. San Salvador: Ministerio de Educación.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2008a). *Programa de Estudio de Matemática de Educación Media*. San Salvador.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2008b). *Currículo al servicio del aprendizaje. Currículo por competencias*, 2 Ed. San Salvador. https://www.mined.gob.sv/download/curriculo-al-servicio-del-aprendizaje/

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2008c). *Evaluación al servicio del aprendizaje. Evaluación por competencias*, 2 Ed. San Salvador. https://www.mined.gob.sv/wp-content/uploads/download-manager-files/evaluacion-al-servicio-de-los-aprendizajes_0_.pdf

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2014a). *Ítems de la PAES 2014 y justificaciones de las opciones de respuesta*. Matemática. https://www.mined.gob.sv/paes/2014/%C3%8Dtems%20de%20la%20PAES%202014%20y%20Justificaciones%20de%20las%20opciones%20de%20repuestas%20-%20Matem%C3%A1tica.pdf.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2014b). *Boletín de resultados PAES 2014– Matemática.*

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2015a). *Cuadernillo PAES– Matemática*. Versión 1. 14 de octubre de 2015, p. 5-16.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2015b). *Justificaciones técnicas de los ítems*. Matemática 2015.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2015c). *Boletín de resultados PAES 2015– Matemática*. https://www.mined.gob.sv/2021/01/13/informes-y-justificacion-paes-2015/

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2016a). *Cuadernillo PAES– Matemática*. Versión 1. 12 de octubre de 2016, p. 5-16.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2016b). J*ustificaciones técnicas de los ítems*. Matemática 2016.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2016c). *Boletín de resultados PAES 2016– Matemática*. https://www.mined.gob.sv/2021/01/13/informes-y-justificacion-paes-2016/

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2017a). *Cuadernillo PAES– Matemática*. Versión 1. 11 de octubre de 2017, p. 5-15.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2017b). *Justificaciones técnicas de los ítems*. Matemática 2017.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2017c). *Boletín de resultados PAES 2017– Matemática*. https://www.mined.gob.sv/2021/01/13/informes-y-justificacion-paes-2017/

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2018a). *Cuadernillo PAES– Matemática*. Versión 1. 10 de octubre de 2018, p. 5-18.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2018b). *Justificaciones técnicas de los ítems*. Matemática 2018.

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2018c). *Boletín de resultados PAES 2018– Matemática*. https://www.mined.gob.sv/2021/01/13/informes-y-justificacion-paes-2018/

Mineducyt. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. (2019). *Matemática 9 grado*. 2da Edición. Libro de texto.

O´Connor, J.J.; Robertson, E.F. (2002). *George Pólya*. MacTutor. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk

Onuchic, L. de L. R.; Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática, Rio Claro*, v. 25, n. 41, p. 73-98. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739

Onuchic, L.; Morais, R. (2021). *Uma abordagem histórica da resolução de problemas*. In: Onuchi, L; Allevato, N.; Noguti, F.; Justulin, A. (2021). Resolução de problemas: teoria e prática. 2da edição. Paco Editorial.

Onuchic, L.; Allevato, N.; Noguuti, F.; Justulin, A. (2021). *Resolução de problemas: teoria e prática*. 2da edição. Paco Editorial.

Picardo, O. (2017). La PAES: veinte años. *La Prensa Gráfica*. https://www.laprensagrafica.com/opinion/La-PAES-veinte-anos-20171121-0099.html

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method, segunda edição*. Princeton University Press.

Polya, G. A. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução do Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência,

Sacristán, J. G. (2013). *O que significa o currículo?* En: Sacristán, J. G. Org. (2013). Saberes e incertezas sobre o currículo. Traducción: Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Penso, p. 16-35. Título Original: Saberes e incertidumbres sobre el currículum.

SAEM Thales (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, SAEM Thales.

Rico, L. (1998). Concepto de Currículum desde la Educación Matemática. *Revista de Estudios del Currículum*, 1 (4), 7-42.

Silva, T. (2020). *Documentos de identidade, uma introducción a las teorías del currículo*. Belo Horizonte: Autêntica Editores.

Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018

Este estudio titulado Educación Matemática en El Salvador: análisis de los problemas de Matemática en la PAES 2014-2018, pretende ofrecer un análisis didáctico cualitativo acerca de los ítems de Matemática que eran incluidos en la prueba en ese periodo. Esta investigación aspira ir más allá de los promedios nacionales, de las comparaciones por sector público/privado, por departamento y otros análisis que se han hecho durante el tiempo en que estuvo vigente esta prueba.

Esta investigación tuvo como objetivo analizar los ejercicios y problemas de Matemática utilizados en la prueba estandarizada PAES aplicada en el período 2014-2018, a partir de los aportes metodológicos de la resolución de problemas. Para ello, se ha realizado una investigación cualitativa de tipo bibliográfica, cuyas fuentes principales son los cuadernillos de Matemática realizados por los estudiantes en los años 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018. La selección de estos años no es arbitraria: en ese período el Mineducyt publicó los cuadernillos de todas las asignaturas que serían evaluadas, permitiendo a la comunidad educativa conocer el contenido de la prueba.

Como resultado de esta investigación, además de cumplir con los objetivos de la misma, se presenta una tipología de problemas para las pruebas estandarizadas, que deja a debate y perfeccionamiento una discusión curricular de la Matemática educativa de bachillerato, en un período determinado; y un diálogo sobre la resolución de problemas.

ISBN: 978-99983-970-5-7

UFG-Editores
UNIVERSIDAD FRANCISCO GAVIDIA